# -校正後の測定の不確かさの推定-

高增 潔\*\* 佐藤 理\*\*\* 下嶋 賢† 古谷涼秋†

Artifact Calibration of Coordinate Measuring Machine (3rd Report) – Estimation of Uncertainty of Measurements After Calibration –

# Kiyoshi TAKAMASU, Osamu SATO, Ken SHIMOJIMA and Ryoshu FURUTANI

Calibration methods for 3D mechanisms are necessary to use the mechanisms as coordinate measuring machines. The calibration method of the coordinate measuring machine using artifacts, artifact calibration method, has been formulated in taking account of traceability of the mechanism. In this article, estimation methods of uncertainties using the calibrated coordinate measuring machine are formulated. Firstly, a variance and covariance matrix on measuring points is calculated from a variance and covariance matrix of the kinematic parameters of the calibrated measuring machine. Secondly, uncertainties of a size measurement or a point measurement in a workpiece coordinate system are estimated using the error propagation method. Therefore, the estimation methods of uncertainties on the specified measuring tasks are formulated in the artifact calibration.

Key words: geometric calibration, kinematic calibration, coordinate measuring machine, uncertainty of measurement

#### 1. 緒 言

三次元機構を座標測定機として使用するためには,順運動 学によりプローブの座標値が得られることが必要であり,順 運動学解を得るために必要なパラメータを校正作業により求 めなければならない.第1報<sup>1)</sup>では,運動学校正を「その機構 の要素が幾何学的に誤差のない形状と見なせ,案内が完全で ある場合に,その機構の運動学を記述するのに必要な寸法パ ラメータ(長さ,位置および角度)を運動学パラメータとし て求める」と定義した.

従来の座標測定機の校正に関する研究では,直交系の座標 測定機に関するもの<sup>2)~4)</sup>が中心で,他の三次元機構に関する 研究<sup>5)6)</sup>はあまり行われていない.第1報および第2報<sup>7)</sup>では, 非直交系の座標測定機を校正する場合について検討した.校 正では,トレーサビリティを確保する必要があることから, アーティファクトによる校正が重要となる.第1報では,ア ーティファクトを使ったアーティファクト校正による運動学 校正の方法について,理論的な検討を行い,最小二乗法につ いて数学的に記述した.また,校正したパラメータの不確か さ<sup>8)~11)</sup>についても検討した.

しかし,これまでの不確かさ推定は,校正した運動学パラ メータおよび測定機座標系における測定座標の不確かさであ って,寸法測定やワーク座標系における測定座標の不確かさ の推定は行われていない.三次元機構を座標測定機として使 用する場合には,校正した運動学パラメータの不確かさから, その機構を座標測定機として使った場合の測定の不確かさを 推定する方法の定式化が必要である.本報告では,測定作業 における不確かさ推定手法を定式化する.

#### 2. 測定点の不確かさ評価

#### 2.1 運動学パラメータの不確かさ

前報までで示したように、前述した定義に基づく運動学パ ラメータの不確かさは、校正作業における誤差伝播により求 めることができる.式(1)により、座標測定機の順運動学に おいて、座標測定機を表現する運動学パラメータ p と、測定 値であるエンコーダの読み q から手先座標 x が計算される. 本報では、式や図を分かりやすくするために、二次元の座標 測定機を考えて説明するが、これを三次元に拡張することは 容易である.

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \end{pmatrix}$$
(1)

第1報で示したように、校正された座標測定機の運動学パ ラメータなどの不確かさは、アーティファクトの測定値が含 む不確かさからパラメータへの誤差伝播の式(式(2))で計 算される<sup>1)12)</sup>.ここで A は校正作業におけるヤコビ行列,S は校正作業における誤差行列である.この校正作業の結果と して2種類のパラメータが求まる.ひとつは、順運動学を表 現する運動学パラメータ p であり、もうひとつは、アーティ ファクト座標系への変換パラメータ r である.式(2)の左 辺をこの2つのパラメータに対応して分割すると、S<sub>p</sub> は運動 学のパラメータ p の不確かさの分散共分散、S<sub>r</sub> はアーティ ファクト座標系への変換パラメータ r の不確かさの分散共 分散、S<sub>pr</sub> は p と r の共分散を表すことになる.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S}_{p} & \mathbf{S}_{pr} \\ \mathbf{S}_{pr} & \mathbf{S}_{r} \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^{t} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{A})^{-1}$$
(2)

ここでは、校正後の測定点の不確かさを評価するので、ア ーティファクト座標系への変換パラメータ r に関係する情 報は不要となる. そのため、校正後の測定点の不確かさを評

<sup>\*</sup> 原稿受付 平成 16 年 9 月 30 日

<sup>\*\*</sup> 正 会 員 東京大学大学院工学系研究科 (東京都文京区本郷 7 -3-1)

<sup>\*\*\*</sup> 正 会 員 産業技術総合研究所(つくば市梅園 1-1-1)

<sup>\*</sup> 正 会 員 東京電機大学工学部 (東京都千代田区神田錦町 2-2)

価するために必要な情報は,運動学パラメータの分散共分散 行列 S<sub>o</sub>だけである.

## 2.2 校正後の測定点の不確かさの評価

校正後の測定点  $\mathbf{x}$  の測定点の座標の不確かさ  $\mathbf{T}_1$  は,測定 点のX座標とY座標の不確かさの分散および共分散である.こ れを計算するには、3 種類の要因を考慮する必要がある.校 正された運動学パラメータ  $\mathbf{p}$  が持つ不確かさが測定点へ伝 播する不確かさ  $\mathbf{T}_p$ , エンコーダの値  $\mathbf{q}$  が持つ不確かさが測 定点へ伝播する不確かさ  $\mathbf{T}_q$ , プロービングなどによる不確か さ  $\mathbf{T}_m$  である.この3種類の不確かさを合成することで、測 定点の不確かさが計算できる.

この3種類の要因が測定点の座標間の不確かさの相関にどのように影響するかを考えると、**表**1のように仮定することができる.  $T_p$ では、全ての測定点の各座標に対して相関が生じる.  $T_q$ では、エンコーダが単体で充分校正されていると考えて、異なる測定点では相関は生じないこととしたが、同じ測定点のX座標とY座標の間には相関が生じる.  $T_m$ は、完全にランダムで相関が生じないとした。もし、エンコーダやプロービングに周波数特性や系統的な不確かさがある場合には、ここでは無視している相関も考慮すべきである.以上の仮定から、3つの要因の不確かさの計算方法を以下に示す.

測定点 x に対応した p によるヤコビ行列  $A_p$ は,評価した い測定点における順運動学 f をパラメータ p で偏微分する ことで計算できる.  $A_p$  と  $S_p$  より, パラメータの不確かさに よる測定点への不確かさ  $T_p$  が計算できる (式 (3)).

エンコーダの読み q によって順運動学 f を偏微分するこ とで計算されるヤコビ行列  $A_q$  とエンコーダの不確かさの分 散共分散行列  $S_q$  により  $T_q$  が計算できる (式 (4)). エンコ ーダの不確かさがそれぞれのエンコーダ間で独立,分散が同 じ場合には,  $S_q$  は単位行列 E とエンコーダの不確かさの分 散の積となり,ヤコビ行列との積を取ることで  $T_q$  が計算さ れる (式 (5)).

プロービングの不確かさ  $T_m$  は、XY座標ともに独立で同じ 大きさを持つと仮定する.この場合は、単にプロービングの 不確かさの標準偏差  $s_m$ の二乗と単位行列 E の積となる(式 (6)).

以上より,1点の測定点の不確かさ  $T_1$ は,3つの不確かさ を合成して式(7)で計算できる.ここで, $T_1$ の対角成分が 測定点のX座標の不確かさの分散  $sx^2$ およびY座標の不確か さの分散  $sy^2$ を,非対角成分がX座標とY座標の不確かさの共 分散 sxyを表している.

$$\mathbf{A}_{p} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{p}}, \quad \mathbf{T}_{p} = \mathbf{A}_{p} \mathbf{S}_{p} \mathbf{A}_{p}^{t}$$
(3)

$$\mathbf{A}_{q} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}}, \quad \mathbf{T}_{q} = \mathbf{A}_{q} \mathbf{S}_{q} \mathbf{A}_{q}^{t}$$
(4)

$$\mathbf{S}_q = s_q^2 \, \mathbf{E}, \quad \mathbf{T}_q = s_q^2 \mathbf{A}_q \, \mathbf{A}_q^t \tag{5}$$

$$\mathbf{T}_m = s_m^2 \, \mathbf{E} \tag{6}$$

$$\mathbf{T}_{1} = \begin{pmatrix} sx^{2} & sxy\\ sxy & sy^{2} \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{p} + \mathbf{T}_{q} + \mathbf{T}_{m}$$
  
=  $\mathbf{A}_{p} \mathbf{S}_{p} \mathbf{A}_{p}' + s_{q}^{2} \mathbf{A}_{q} \mathbf{A}_{q}' + s_{m}^{2} \mathbf{E}$  (7)

source	uncertaity	different point	X and Y coordinates
kinematic parameter	$\mathbf{T}_p$	yes	yes
encoder	$\mathbf{T}_q$	no	yes
probing	$\mathbf{T}_m$	no	no

## 2.3 複数の測定点の不確かさの評価

T<sub>1</sub> は測定機座標系における測定点の座標の不確かさである.このため,順運動学において,測定機座標系および運動 学パラメータの設定方法によって値は変わってくる.座標測 定機の使い方を考えた場合には,測定は,測定機座標系では 行われず,ワーク座標系で行われる.そこで,ワーク座標系 における測定点の不確かさ評価が必要となる.

ワーク座標系を作ることを考えて、式(7)を複数の測定点 の不確かさを計算する場合に拡張する.式(8)~(10)は、 式(7)を n 個の測定点へ拡張する方法を示している.運動 学パラメータは各測定点に相関を与えるため、ヤコビ行列  $A_p$ を式(8)のように各測定点のヤコビ行列を縦に並べたものに 置き換える必要がある.このヤコビ行列を式(3)に適用する ことで拡張した  $T_p$ を計算できる.エンコーダの不確かさに ついては、異なる測定点では独立で、同じ測定点の座標間に は相関があるため、各測定点の  $T_{qi}$ を計算し、それを対角に 並べた  $T_q$ (式(9))から計算できる.プロービングなどの影 響は、測定点の座標間でも独立なので、式(6)と同様に単位 ベクトルとの積として計算できる.

結果として、n 個の測定点の座標の不確かさの分散共分散 行列  $T_{L_n}$  が式 (10) の形で計算できる.  $T_{L_n}$  の対角成分は, それぞれの測定点のX座標およびY座標の不確かさの分散で あり、非対角成分は、それぞれの測定点の座標間の共分散で ある. この計算によって、2 つ以上の測定点の座標間の共分 散も計算できる.

$$\mathbf{A}_{p} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{p_{1}} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{p_{n}} \end{pmatrix}$$
(8)

$$\mathbf{T}_{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}_{q1} & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{qn} \end{pmatrix}$$
(9)

$$\mathbf{T}_{1-n} = \begin{pmatrix} sx_1^2 & sx_1y_1 & sx_1x_2 & \cdots & sx_1y_n \\ sx_1y_1 & sy_1^2 & sy_1x_2 & sy_1y_n \\ sx_1x_2 & sy_1x_2 & sx_2^2 & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ sx_1y_n & sy_1y_n & \cdots & sy_n^2 \end{pmatrix}$$
(10)

## 2.4 2つの測定点による寸法測定の不確かさの評価

複数の測定点を利用した不確かさの評価の例として,2つの測定点による寸法測定の不確かさの評価方法を示す.このためには,まず,2つの測定点の座標の分散共分散行列T<sub>1-2</sub>を2.3 節に従って計算する.

2 つの測定点  $x_1$  および  $x_2$  による寸法 d を計算する  $G_d$ は,式 (11) のように解析的に簡単に書け,その偏微分によ るヤコビ行列  $A_d$  も解析的に求められる.式 (12) により  $G_d$ 



Fig. 1 Two dimensional coordinate measuring system by two line cameras has three kinematic parameters; offset angles of vision line of line cameras  $u_1$ ,  $u_2$  and length of baseline b

における  $T_{1-2}$  からの不確かさの伝播を考えれば、2 つの測定 点による寸法測定の不確かさの分散  $s_d^2$  が計算できる.

$$d = \mathbf{G}_{d}(\mathbf{x}_{1}, \mathbf{x}_{2}) = \sqrt{(x_{2} - x_{1})^{2} + (y_{2} - y_{1})^{2}},$$
  

$$\mathbf{A}_{d} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{G}_{d}}{\partial \mathbf{x}_{1}} & \frac{\partial \mathbf{G}_{d}}{\partial \mathbf{x}_{2}} \end{pmatrix}$$
  

$$= \frac{(-x_{1} + x_{2} - y_{1} + y_{2} - x_{1} + x_{2} - y_{1} + y_{2})}{\sqrt{(x_{2} - x_{1})^{2} + (y_{2} - y_{1})^{2}}}$$
(11)

$$s_d^2 = \mathbf{A}_d \mathbf{T}_{1-2} \mathbf{A}_d^t \tag{12}$$

## 2.5 ワーク座標系における測定点の座標の不確かさ

つぎに、座標測定機によってワーク座標系を作り、ワーク 座標系の中で測定した場合の測定点の座標の不確かさの評価 方法を示す.ワーク座標系を作る方法は、種々の方法がある が、2つの測定点の中点で原点を、2つの測定点の方向で X 軸を作ることにする.そして、このワーク座標系において、3 つめの測定点のX座標とY座標の不確かさを考える.

3 つの測定点の座標の不確かさの分散共分散行列  $T_{1-3}$  を 2.3 節に従って計算する. この 3 つの測定点の座標からワーク 座標系における 3 つめの測定点の座標  $x_c$  を計算する計算式 を  $G_c$  とする (式 (13)).  $G_c$  におけるヤコビ行列  $A_c$  により 不確かさの伝播を考えれば, 3 つめの測定点のX座標とY座標 の不確かさの分散 ( $sx_c^2$ および $sy_c^2$ ) が計算できる (式 (14)).

$$\begin{pmatrix} x_{c} \\ y_{c} \end{pmatrix} = \mathbf{x}_{c} = \mathbf{G}_{c}(\mathbf{x}_{1}, \mathbf{x}_{2}, \mathbf{x}_{3}) = \\ \frac{\left( \frac{\left( x_{3} - \frac{x_{1} + x_{2}}{2} \right) (x_{2} - x_{1}) + \left( y_{3} - \frac{y_{1} + y_{2}}{2} \right) (y_{2} - y_{1}) \right)}{\sqrt{(x_{2} - x_{1})^{2} + (y_{2} - y_{1})^{2}}} \\ \frac{\left( y_{3} - \frac{y_{1} + y_{2}}{2} \right) (x_{2} - x_{1}) - \left( x_{3} - \frac{x_{1} + x_{2}}{2} \right) (y_{2} - y_{1})}{\sqrt{(x_{2} - x_{1})^{2} + (y_{2} - y_{1})^{2}}} \right), \quad (13) \\ \mathbf{A}_{c} = \left( \frac{\partial \mathbf{G}_{c}}{\partial \mathbf{x}_{1}} - \frac{\partial \mathbf{G}_{c}}{\partial \mathbf{x}_{2}} - \frac{\partial \mathbf{G}_{c}}{\partial \mathbf{x}_{3}} \right) \\ \left( \frac{sx_{c}^{2} - sxy_{c}}{sxy_{c} - sy_{c}^{2}} \right) = \mathbf{A}_{c} \mathbf{T}_{1-3} \mathbf{A}_{c}^{\prime}$$

#### 3.計算例

# 3.1 ラインカメラによる三角測量システムの校正

二次元座標系において 2 つのラインカメラによる三角測量



**Fig. 2** Calibration points for the two dimensional line camera system; no. of points: 25 in X of 50-150 mm and Y of 50-150 mm at 25 mm intervals, the camera 1 is located at (0, 0) and the camera 2 is located at (200, 0)

 Table 2
 Calibration results from Fig. 2; standard deviations of three kinematic parameters and correlation coefficients between parameters

	standard deviation	correlation coefficient for	
	standard deviation	$u_2$	b
$u_1$	0.0042 deg	0.0057	-0.4764
$u_2$	0.0042 deg	-	0.4763
b	15.7 μm	-	-

システムを利用して計算例を示す. 図1は、カメラ1とカメ ラ2による二次元三角測量を示している. ここで、測定機座 標系はカメラ1の位置を原点、カメラ2の位置の方向をX軸 とする. この座標測定システムの運動学パラメータは、カメ ラ1およびカメラ2の視線方向のオフセット角 u<sub>1</sub> および u<sub>2</sub>、 カメラ2のX座標 b の3種類である.エンコーダの値として、 測定点に対する角度データ t<sub>1</sub> および t<sub>2</sub> がカメラ1とカメラ 2によって得られる.

この座標測定システムの順運動学は,式(15)のように書 くことができる.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \frac{b \tan(t_2 - u_2)}{\tan(t_2 - u_2) - \tan(t_1 - u_1)} \\ \frac{b \tan(t_1 - u_1) \tan(t_2 - u_2)}{\tan(t_2 - u_2) - \tan(t_1 - u_1)} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix}$$
(15)

不確かさは、前章で述べた方法をこの順運動学に適用する ことで計算できる.実際の計算例を示すために、カメラ2の 位置を b=200 mm とし、測定範囲としては、XY 座標でそれ ぞれ 50 mm から 150 mm の範囲を考えることとした.校正 方法は、外部測定機を使う方法として、測定範囲を均等な校 正点によって校正する場合を考えた.

図2に示すように、測定範囲内に25 mm 間隔に25 の校 正点を設定した.測定機座標系において、右下(0,0)と左下 (200,0)にカメラ1およびカメラ2が設置されている.校正 に使った点は、実線の四角で示す測定範囲内で丸印の25点で ある.校正の条件として、校正点のプロービングのランダム な不確かさを10 µm、校正に使った外部測定機のランダムな 不確かさを5 µm とし、合計して校正点には標準偏差が11.2



Fig. 3 Position uncertainties in the measuring machine coordinate system after the calibration

 $\mu m$  のランダムな不確かさを与えた.また,測定機の角度測 定のランダムな不確かさを 0.001 度とした.**表2**に校正結果 を示す.運動学パラメータ  $u_1$ ,  $u_2$  および b が校正点および エンコーダの不確かさのレベルで求められている.また, $u_1$ と  $u_2$  の相関は小さいが, $u_1$ ,  $u_2$  と b にはそれぞれ正と負のか なり大きい相関がある.

#### 3.2 測定機座標系での評価および寸法測定の評価

図3は、この条件で校正した後、測定機座標系における測定点の不確かさを計算した結果である.式(7)に従って、それぞれの座標点における $T_1$ を計算し、X座標の不確かさsxとY座標の不確かさsyの二乗和平方根を求めて等高線表示した.図3、図4および図6は比較が容易なように、同一の濃淡レベルを使っている.プロービングなどの不確かさ $s_p$ として10 µm、エンコーダの不確かさ $s_q$ として0.001 度を与えた.測定範囲の中では、不確かさの最小が24.0 µm、最大が29.0 µm である.しかし、この評価は測定機座標系における評価なので、測定機座標系やパラメータの設定方法で結果が異なってくる.この場合も、校正点を対称に取っているにも関わらず校正結果が対称になっていない.

図 4 は、2 つの測定点による寸法測定の不確かさ  $s_d$  を式 (12) に従って計算した結果で、(a) は測定範囲の中心の点 (100,100) を  $x_1$  として、 $x_2$  を測定範囲外も含めて取った場 合の不確かさを等高線表示している.測定の不確かさは、測 定範囲内では、最小 14.1  $\mu$ m、最大 15.6  $\mu$ mとなり、左右対 称の不確かさ分布が計算できている.もし、測定の不確かさ がランダムだとして図 3 によって寸法測定を評価すると、最 小でも 24  $\mu$ mの 1.4 倍の不確かさが生じることになり、測定 の不確かさを過大評価することになる.(b) は測定範囲の端 の点(60,60) の点を  $x_1$  としている.測定範囲内では、最小 14.2  $\mu$ m、最大 17.5  $\mu$ m の不確かさが生じている.

測定寸法とその不確かさの関係を測定範囲の多くの点の組 合せに対して計算し、測定寸法と不確かさの関係を図5に表 示した.この図によって、この座標測定機の測定寸法と測定 の不確かさの関係を評価することができる.図5の各測定寸 法における最大の不確かさは、その測定寸法において一番測 定精度が悪い位置における測定の不確かさを示しているので、 最悪の位置で寸法測定を行っても、この値の2倍以内に95% の測定の不確かさは入ることになる.この例に、一般的な測 定機の精度評価の評価法を適用させると、最大許容値を太線 のように表現し、この2倍が測定機の寸法測定の最大許容不



(a) Size measurement uncertainties from a point at (100, 100)



(b) Size measurement uncertainties from a point at (60, 60)

Fig. 4 Size measurement uncertainties from the specified points after the calibration



Fig. 5 Relationship between measuring sizes and uncertainties in the measuring range after the calibration, thick line displays limit of uncertainties

確かさとなり, 寸法測定 L (mm) に対して, 29.6 μm + 0.072 L < 36.6 μm となる. このように測定機の最大許容不確かさ評 価と校正の関係を計算することができた.

### 3.3 ワーク座標系での不確かさ評価

図6は、測定範囲の中心を原点になるように、(60,100)および(140,100)の2点でX軸の方向を決めたワーク座標系を取った場合の、各測定点のX座標の不確かさ sxc およびY座標の不確かさ syc を式(14)に従って計算し、その二乗和平方根を等高線表示した例である.図3と違って、測定範囲内で中心に対して同心円状の不確かさパターンが評価され、指定

したワーク座標系における測定点の座標の不確かさの評価が 可能となった.

図7は、図6の条件で測定範囲の中心からの距離と測定点 の不確かさの関係を図示したものである。指定したワーク座 標系において、測定位置と測定不確かさの関係の評価が可能 である。

#### 4. 結 論

本論文では、座標測定機を校正した後に、その座標測定機 を使って測定を行った場合の不確かさ評価の方法の理論的な 定式化を行った.この手法を利用することで、今まで測定機 座標系における不確かさ評価しか行われていなかったのに対 して、寸法測定やワーク座標系における不確かさ評価が可能 となった.また、寸法測定における最大許容不確かさを導く 方法も明らかにした.その結果以下のことを示した.

- (1) 座標測定機の校正後の不確かさ評価手法を定式化した.
- (2) この計算手法により,座標測定機の寸法測定,ワーク 座標系における不確かさを推定する理論的な手法を確立 できた.
- (3) 第1報を含めて,座標測定機を校正し,その後の不確 かさの評価を一貫して行う方法を定式化した.

この手法を実際の測定作業に適用するためには、複雑な測 定戦略における座標測定へ手法を拡張することと、本論文で は考慮していない温度などの環境や、測定物の影響などによ る不確かさ推定を追加することが必要である.

#### 参考文献

- 高増潔,古谷涼秋,下嶋賢,佐藤理:座標測定機のアーティフ アクト校正(第1報)ー運動学パラメータの校正-,精密工学 会誌,69,6 (2003) 851.
- 阿部誠,高増潔,大園成夫:空間座標の比較測定による CMM の校正(第2報)ーパラメトリックエラー推定値の信頼性-, 精密工学会誌,66,4 (2000) 578.
- G. Belforte et al.: Coordinate Measuring Machines and Machine Tools Selfcalibration and Error Correction, Ann. CIRP, 36/1 (1987) 359.
- H. Kunzmann et al.: A Uniform Concept for Calibration, Acceptance Test and Periodic Inspection of Co-ordinate Measuring Machines Using Reference Objects, Ann. CIRP, 39/1 (1990) 561.
- O. Sato, M. Hiraki, K. Takamasu and S. Ozono: Calibration of 2-DOF Parallel Mechanism, Initiatives of precision engineering at the beginning of a millennium, Kluwer Academic Publishers (2001) 734.
- 小美濃武久,赤石庄平,石田一,鴨下隆志:多関節型三次元測 定機の精度向上,精密工学会誌,52,8(1986)1300.
- 7) 高増潔, 佐藤理, Chanin Sinlapeecheewa, 下嶋賢, 古谷涼秋:



Fig. 6 Position uncertainties in the work coordinate system by two points at (60, 100) and (140, 100)



Fig. 7 Relationship between distances from the center and position uncertainties in the work coordinate system by two points at (60, 100) and (140, 100)

座標測定機のアーティファクト校正(第2報)-冗長座標測定 機の自己校正-,精密工学会誌,70,5 (2004)711.

- 8) Guide to the expression of uncertainty in measurement, ISO, (1992).
- 9) 高増潔,古谷涼秋,大園成夫:座標計測における形体パラメータの信頼性,精密工学会誌,63,11 (1997) 1594.
- 10) 下嶋賢,古谷涼秋,大園成夫,高増潔,平木雅彦,荒木健司: 3次元測定機の不確かさ推定に関する研究(第1報)-多関節型3次元測定機の機構パラメータの算出と不確かさ推定-,精密工学会誌,69,6 (2003) 841.
- M. Abbe, K. Takamasu, S. Ozono: Reliability on calibration of CMM, Measurement 33, 4 (2003) 359.
- 中川徹,小柳義夫:最小二乗法による実験データ解析,東京大学出版会,(1982).