

リングビームを用いた三次元変位測定法（第2報）*

—リングイメージの楕円近似による非線形性の改善—

白杵 深** 侯 冰*** 清澤圭太郎** 江並和宏†
平木雅彦† 高橋 哲†† 高増 潔†† 大園成夫†††

Three Dimensional Displacement Measurement Using Ring Beam (2nd Report)
— Improvement of Nonlinearity by Ellipse Approximation of Ring Image —

Shin USUKI, HOU Bing, Keitaro KIYOSAWA, Kazuhiro ENAMI,
Masahiko HIRAKI, Satoru TAKAHASHI, Kiyoshi TAKAMASU and Shigeo OZONO

For three dimensional positioning of a complex three dimensional mechanism flexibly, it is needs to measure three dimensional displacement of an end-effector of the mechanism in high precision by non-contact method. Therefore, the novel three dimensional displacement measurement method has been proposed using the optical system which brings a focus together in the center of a target sphere applied with the ring shaped beam. In the previous report, the ring shaped image on a CCD image sensor was approximated as a circle by least squares method. However, the nonlinearity of this approximation was large. In this report, we propose that the ring shaped image is approximated as an ellipse by least squares method to improve the nonlinearity. Firstly, the theoretical analysis and simulations of the approximation are carried out. Secondary, using an improved data processing method, the validity of the approximation method is confirmed by the series of the experiments.

Key words: three dimensional displacement, optical measurement, ring beam, ellipse approximation

1. 結 言

三次元的な位置決め機構のキャリブレーションを柔軟に行うためには、手先座標の三次元変位を高精度に非接触で測定する必要がある。三次元変位測定には、複数センサもしくはスケールを組み合わせて測定を行うことが普通である。しかし、複数のセンサの組み合わせでは、測定の自由度が低くなり柔軟な測定が難しい、さらに、測定するセンサ自身のキャリブレーションが難しくなると考えられる。そこで、前報¹⁾では球の半径測定などに使われている、球の中心に焦点を持つ光学系²⁾³⁾を三次元変位測定に利用することを提案した⁴⁾⁵⁾。

ターゲットとなる球に対して、リング状のビーム（以下、リングビーム）を球の中心に集光させる光学系では、その反射光は CCD カメラ上にリング状のイメージ（以下、リングイメージ）として受光される。このリングイメージを近似的に円と見なして、円の中心と直径から球の三次元変位が測定できる。前報ではこの手法について、理論的な解析と基礎実験により有効性を確認した。リング状ビームを用いた測定としては、一次元センサとして形状測定に利用されている例^{6)~8)}があるが、三次元変位測定の例はない。

前報では、リングイメージが円になることを仮定して、データ処理を行った。しかし、変位が大きい場合にはリングイメージは円から外れた形状となり、非線形誤差を生じることが実験的にも確認された。本報告では非線形誤差について理

論的な考察を行い、非線形性を改善するためにリングイメージを楕円近似することを提案する。

2. 光学系の構成とリングイメージの円近似

2.1 光学系の構成

前報で提案した光学系を図 1 に示す。レーザー光はビームエキスパンダで広がった平行光線となり、リング状の窓を通して平行なリングビームを作り、レンズによりターゲット球の中心へ集光される。レンズの焦点位置とターゲット球の中心が一致していれば、リングビームはターゲット球で

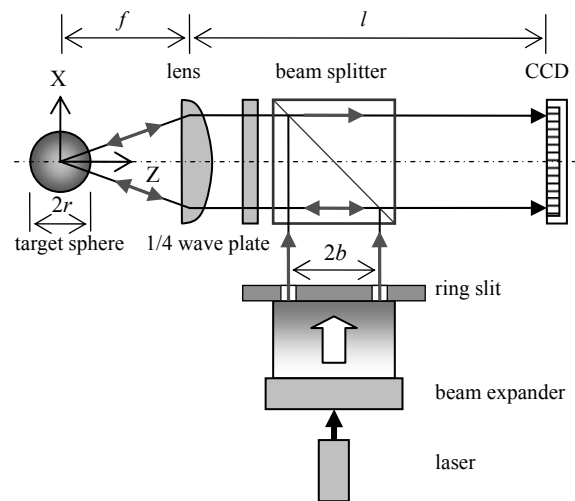


Fig. 1 Optical construction of 3D ring beam displacement sensing system, f is focal length of lens, l is length from lens to CCD, r is radius of target sphere and b is radius of ring beam

* 原稿受付 平成 17 年 4 月 12 日

** 学生会員 東京大学大学院工学系研究科（東京都文京区本郷 7-3-1）

*** 昆明物理的研究所（中華人民共和国雲南省昆明市教場東路 31）

† 正 会 員 高エネルギー加速器研究機構（つくば市大穂 1-1）

†† 正 会 員 東京大学大学院工学系研究科

††† 正 会 員 東京電機大学工学部（東京都千代田区神田錦町 2-2）

反射し、レンズおよびビームスプリッタを経て CCD 上にリングビームと同じ直径のリングイメージとして投影される。ここで、レンズの焦点距離を f 、ターゲット球の半径を r 、リングビームの半径を b 、レンズから CCD までの距離を l とする。

ターゲット球の中心がレンズの焦点より三次元的に変位すると、反射したリングビームの方向が変化し、リングイメージの位置および直径が変化する。このため、リングイメージを解析することでターゲット球の三次元変位を測定することができる。

2.2 リングイメージの円近似

図 2 は、レンズの位置にある角度位置 ϕ のリングビームの一点 W からた光の軌跡を示している。座標系はレンズの焦点位置を原点にとり、光軸方向を Z 軸、光軸に垂直な面内方向を X 軸および Y 軸とする。

前報で示したように、ターゲット球の三次元変位 (x_d, y_d, z_d) がターゲット球の半径に比べて充分小さいとして 1 次近似を行った。反射光線の位置ベクトル \mathbf{T} は、式 (1) のように表せる。

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \left(b + \frac{2b(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{fr} z_d \right) \cos \phi - \frac{2(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{r} x_d \\ \left(b + \frac{2b(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{fr} z_d \right) \sin \phi - \frac{2(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{r} y_d \\ f \end{pmatrix} \quad (1)$$

この式では、反射光線のレンズにおける像の形状は円と見なせる。さらに、レンズの後方 l に CCD を設置するとリングイメージの中心 (X_c, Y_c) と直径 D は式 (2) となる。ここで、 K_x 、 K_y 、および K_z は光学系などで決まる拡大率である。

$$\begin{aligned} X_c &= \left(\frac{-2(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{r} - \frac{2l}{f} \right) x_d = K_x x_d, \\ Y_c &= \left(\frac{-2(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{r} - \frac{2l}{f} \right) y_d = K_y y_d, \\ D &= 2b + \left(\frac{4b(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{fr} + \frac{4bl}{f^2} \right) z_d = 2b + K_z z_d \end{aligned} \quad (2)$$

3. リングイメージの楕円近似による非線形性の改善

3.1 非線形性の要因

式 (2) に示すように、拡大率は主に l/f に依存するが測定装置の大きさ、熱の影響を考えると l をあまり大きくすることができない。そこで、 f を小さくすることで拡大率を大きくすることが必要になる。ターゲット球の半径はレンズの焦点距離より小さい必要があり、焦点距離を小さくすると球の直径も小さくなる。以上より、高い拡大率を持ち小型で安定した測定装置を実現するためには、ターゲット球の半径をある程度小さくすること、焦点距離が小さく高い NA を持つレンズを使うことが必要で、結果としてターゲット球による球面収差、レンズによるコマ収差および非点収差などの収差が大きくなる。

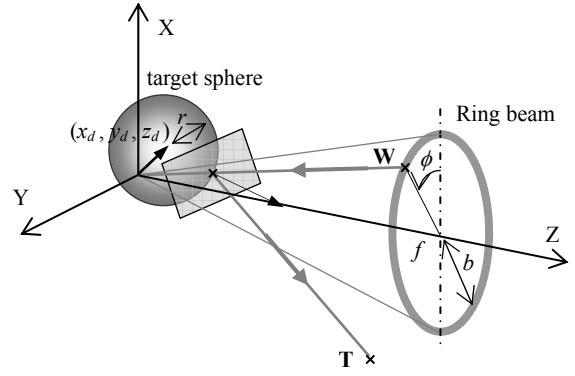


Fig. 2 Optical calculation for ring beam displacement reflected on target sphere

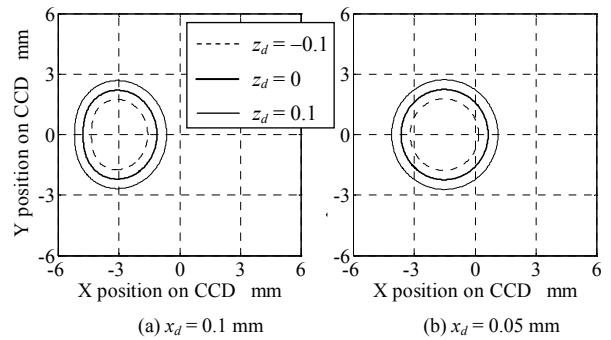


Fig. 3 Ring beam images on CCD image sensor: $x_d = 0.1$ mm and 0.05 mm for $z_d = \pm 0.1$ mm and 0 mm in $f = 15$ mm, $b = 2.25$ mm, $r = 2.5$ mm, $l = 200$ mm

収差による非線形誤差の影響を調べるために、レンズの収差を含めたレイトレーシングによる計算を行った。図 3 は次章の実験と同じ条件である、 $f = 15$ mm の平凸レンズ、 $r = 2.5$ mm、 $b = 2.25$ mm、 $l = 200$ mm の条件で球を面内変位 $x_d = 0.1$ mm と 0.05 mm において、光軸変位 $z_d = \pm 0.1$ mm と 0 mm とした場合のリングイメージをそれぞれ並べて表示したものである。面内変位が大きいとリングイメージが円形状から外れて楕円形状に近くなっていることが分かる。

ここで仮定している収差はすべて回転対象として影響するため、リングイメージを曲座標系で扱うことが必要である。このレイトレーシングでリングイメージを曲座標系で扱うと、リングイメージは光軸に対する放射方向（メリジナル方向）に大きな収差が生じ、同心円方向（サジタル方向）の収差は少ないことが分かった。

3.2 リングイメージの楕円近似

そこで、リングイメージに対する近似の精度を上げて、曲座標系でリングイメージを楕円形状と見なすこととした。図 4 は、光軸変位が z_d 、面内変位が θ_c の方向に p_d の場合のリングイメージを楕円形状で表したものである。楕円の中心の CCD 中心からの距離 P_c と傾き θ_c 、楕円の放射方向の直径 D_m 、同心円方向の直径 D_s で表現できる。式 (3) は、レンズの収差を無視した場合に、CCD 上での楕円の中心までの距離を求めた式である。 $z_d = 0$ の以外の場合について厳密な計算を行うと式はかなり複雑になるため、 $p_d = 0$ と $z_d = 0$ でテーラー展開し、4 次以上の項を無視して求めた。

$$P_c = \left(\frac{-2(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{r} - \frac{2l}{f} \right) p_d + \frac{2f^2 r(f-l) - 4b^2(f(\sqrt{b^2 + f^2} - r) + rl)}{f^2 \sqrt{b^2 + f^2} r^2} p_d z_d, \quad (3)$$

$$p_d = \sqrt{x_d^2 + y_d^2}$$

式 (3) は $z_d = 0$ で式 (2) の近似と同じになる．それ以外の場合も， P_c はターゲット球の面内変位 p_d に比例すると見なすことができるが，比例定数は z_d に依存する．

次に楕円の直径について検討する．楕円は図 3 より明らかのように，中心に対して放射方向と同心円方向で直径の大きさが異なる．レンズの収差を無視した光学系において，楕円の直径を計算し， $p_d = 0$ でテーラー展開し，4 次以上の項を無視すると， D_s および D_m は式 (4) で計算される．

$$D_s = 2b + \left(\frac{4b(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{fr} + \frac{4bl}{f^2} \right) z_d,$$

$$D_m = 2b + \left(\frac{4b(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{fr} + \frac{4bl}{f^2} \right) z_d + \frac{4b(2f\sqrt{b^2 + f^2} - fr + lr)}{f\sqrt{b^2 + f^2} r^2} p_d^2 \quad (4)$$

式 (4) より，楕円の同心円方向の直径 D_s は式 (2) で近似した直径と等しくなり面内変位の影響を受けないが，放射方向の直径 D_m は面内変位の二乗に比例して変化する．これより，光軸変位の測定には楕円の同心円方向の直径 D_s を使用すれば，面内変位の影響を受けずに測定できることが分かった．

リングイメージを楕円として近似した場合の三次元変位と楕円の中心および直径は式 (5) のように表現できる．ここで， K_s ， K_{p0} ， K_{pz} は比例定数である．

$$D_s = 2b + K_s z_d,$$

$$P_c = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2} = K_p p_d = (K_{p0} + K_{pz} z_d) p_d,$$

$$\theta_c = \arctan\left(\frac{Y_c}{X_c}\right), \quad (5)$$

$$x_d = p_d \cos \theta_c, \quad y_d = p_d \sin \theta_c$$

以上より，リングイメージを楕円として近似した場合の三次元変位の計算方法を以下のように定式化できる．

- (1) リングイメージを楕円近似し，中心 (X_c, Y_c) と同心円方向の直径 D_s を求める．
- (2) 同心円方向の直径から光軸変位 z_d を計算する．
- (3) 楕円の中心と z_d から，面内変位 p_d を計算する．
- (4) p_d および θ_c より面内の X 変位 x_d ，Y 変位 y_d を計算する．

3.3 非線形性の理論的な評価

図 5 は，円近似および楕円近似の比較で，図 3 と同じ条件でレンズの収差を考慮したレイトレーシングにより計算した．面内変位 $p_d = \pm 0.1$ mm に対して，太線は楕円近似の同心円方向の直径 D_s ，細線は放射方向の直径 D_m ，点線は円近似した場合の直径 D を示している．3.2 項に示した楕円の同心円方向の直径が面内変位に影響されずに一定であるという関係が，レンズの収差を考慮した場合にもよく成り立つことが確認された．

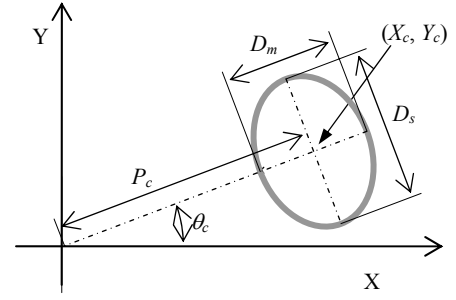


Fig. 4 Ellipse image on CCD: D_s is sagittal diameter, D_m is meridional diameter, (X_c, Y_c) is center of ellipse, P_c is displacement and θ_c is angle from X axis

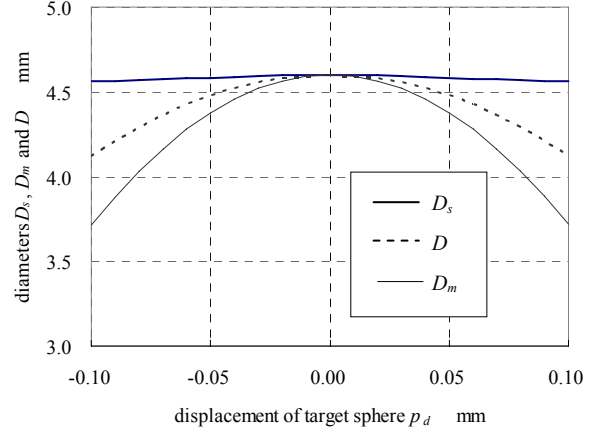


Fig. 5 Relationship between diameters of ellipse D_s , D_m and circle D of ring beam image and in-plane displacements p_d of target sphere for $z_d = 0$ mm

一定値からの偏差は，標準偏差で 0.013 mm であり，光軸変位に換算して 1.3 μm 程度の非線形誤差となる．円近似の場合は，最大で 50 μm 程度の非線形誤差があるので，大幅な改善となった．

また，式 (3) の面内変位に対する線形関係も，測定範囲内で 1 μm 以内の精度であることを確認した．以上の検討より，この光学系の非線形性は，測定範囲全体 (± 0.1 mm) では標準偏差で 1 μm オーダで生じることが分かった．円近似と比較して，非線形性の大幅な改善を行うことができる．

4. 評価実験

4.1 実験条件

前章の理論的な解析を確認するための評価実験を行った．図 6 は，評価実験のための光学系である．リングビームは，外径 5 mm，内径 4 mm のリングスリットを用い，ターゲット球は直径 5 mm の鋼玉（真球度 1 μm 以下）を位置決め精度 1 μm の XYZ 移動ステージに設置した．レンズは，平凸単レンズで焦点距離は 15 mm，CCD の画素サイズは 7.4 μm \times 7.4 μm で 2048 \times 2048 画素を 16 bit (65536 階調) で A/D 変換し計算機に画像として入力した．CCD は，レンズの後方 200 mm に設置した．

この実験条件は， $f = 15$ mm， $r = 5$ mm， $b = 2.25$ mm， $l = 200$ mm に対応し，前章でのシミュレーションに用いたパラメータと同じである．この場合の近似倍率は，式 (2) により， $K_x = K_y = -32.87$ ， $K_z = 9.86$ となる．図 7 は，上記の条件で得られたリングイメージを白黒反転して表示したものである．面

内の X 変位を 0.1 mm と 0.05 mm 与えた場合で、図 3 で示したイメージとほぼ一致している。

4.2 データ処理手法

前報では、CCD センサが 8 bit (256 階調) であったため、二値化した画像に最小二乗円を当てはめた処理を行っていた。この場合は、ノイズなどを低く見積もっても 0.1 ピクセルの分解能を達成するのが難しかった。今回は、CCD センサの階調が多いこともあり、より高精度なデータ処理を行えた。

図 8 でリングイメージは、(a) 二値化し、間引きした画像に最小二乗法により円を当てはめることで、仮の中心座標を計算する。次に、仮の中心から 1 度刻みで 360 度の方向に画像をスキャンして輝度分布を得る、(b) 各スキャンにおいて閾値以上の輝度のピーク位置を重み付け補間による重心計算で算出する。(c) 輝度ピーク座標 360 点をリングイメージ上に置き、最小二乗法により楕円を当てはめて中心と同心円方向の直径を求める。

この処理の結果、ノイズを大きく見積もっても平均化効果により、0.1 ピクセル以上の分解能が得られることが分かった。計算は MATLAB で行い、計算時間は画像の取り込みを含めて 1 秒以下であった。

4.3 非線形性の評価

図 9 は面内変位を与えた場合の円近似および楕円近似の比較である。ターゲット球の面内変位 $p_d = \pm 0.1$ mm に対して、太線は楕円近似の同心円方向の直径 D_s 、細線は放射方向の直径 D_m 、点線は円近似した場合の直径 D を示している。楕円の同心円方向の直径が、面内変位に影響されずにほぼ一定であることが分かる。 D_s の偏差は標準偏差で 0.0328 mm で光軸変位に換算すると 3.3 μ m 程度の非線形性である。円近似の場合は、光軸変位として 100 μ m 程度の非線形性があるので、大幅に改善されたことになる。

図 10 は、光軸変位が ± 0.1 mm, ± 0.01 mm および 0 mm における、面内の X 変位と CCD 上での X 変位の関係を比較した結果である。どの場合も線形的な関係があり、直線からの偏差は標準偏差で 0.0075 mm で面内変位に換算して 0.2 μ m 程度である。面内変位の拡大率 K_p は、図 11 に示すように、光軸変位に比例して変化している。この効果を見捨ると、0.3 μ m 程度の非線形性が増えることになる。 K_p を直線近似で決めたときの標準偏差は大体 0.053 mm である。これは面内変位に換算して 1.7 μ m 程度の非線形性となる。同様に、光軸変位と楕円の直径の線形性も確認でき、それぞれの非線形性が標準偏差で 2 μ m 程度となることが分かった。

実験で求めた非線形性は、繰り返し誤差や評価システムの不安定性の影響で理論的な値より少し大きくなったが、全体の傾向は理論的評価と同等であった。

4.4 測定結果のまとめ

光軸変位と楕円の直径の関係から K_s として 10.261 の拡大率を求めることができた。また、図 11 の直線の傾きから K_p の値として、 K_{p0} が -31.241, K_{pz} が 3.286 と求めることができた。以上をまとめると、球の三次元変位は式 (6) で求められる。

$$z_d = \frac{D_s - 2b}{K_s} = \frac{D_s - 4.5}{10.261}, \quad (6)$$

$$p_d = \frac{P_c}{K_p} = \frac{P_c}{K_{p0} + K_{pz}z_d} = \frac{P_c}{-31.241 + 3.286z_d}$$

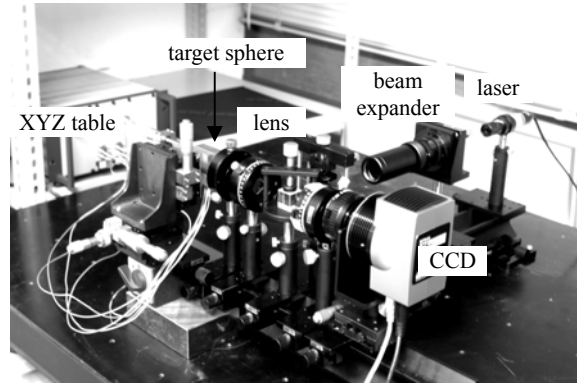


Fig. 6 Experimental optical arrangement of ring beam displacement sensing system

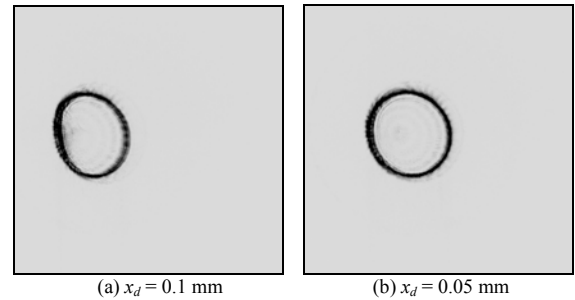
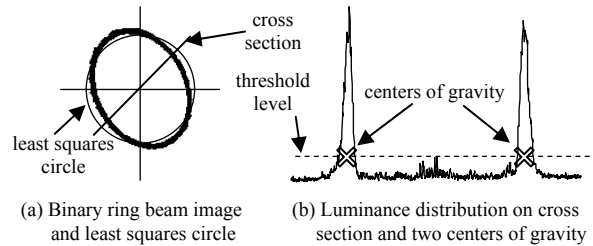
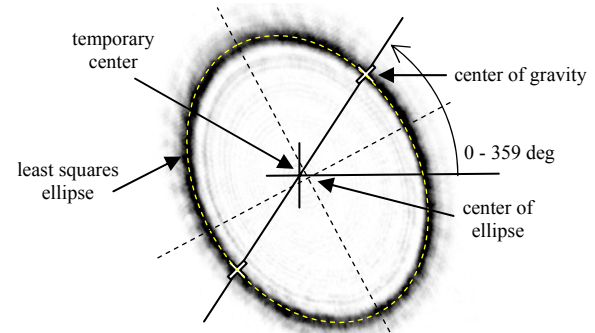


Fig. 7 Ring beam images on CCD image sensor: under same conditions of Fig. 3 for $x_d = 0.1$ mm and 0.05 mm, $z_d = 0$ mm, and $y_d = 0$ mm



(a) Binary ring beam image and least squares circle (b) Luminance distribution on cross section and two centers of gravity



(c) Centers of gravity on ring image and least squares ellipse

Fig. 8 Image processing method for ring image: (a) least squares circle of binary image, (b) two centers of gravity of luminance on each section, (c) centers of gravity on ring image and least squares ellipse

測定の分解能および繰り返し精度は、CCD の素子の 0.1 ピクセルの大きさから、面内方向で 20 nm、光軸方向で 70 nm が期待できる。しかし、実際の実験では、面内方向で 50 nm、光軸方向で 100 nm 程度の繰り返し精度しか達成できなかった。これは、評価システムを含めた実験系の安定性の問題が大きく、特に振動、温度ドリフトの影響と考えられる。

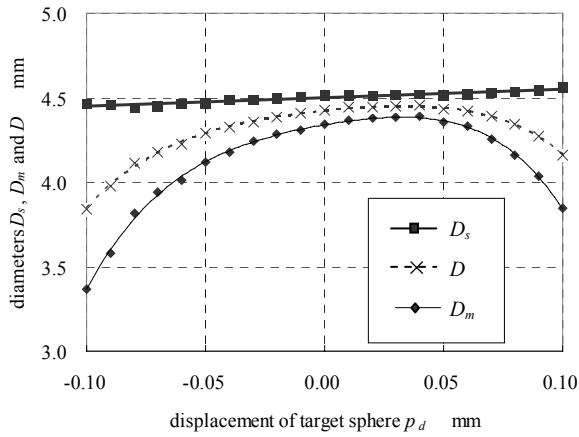


Fig. 9 Experimental results of diameters of ellipse D_s , D_m and circle D of ring beam image and displacements p_d of target sphere for $z_d = 0$ mm

5. 結論

三次元機構の三次元変位を1つのセンサで測定するためのリングビームを利用した光学式測定方法において、リングイメージのデータ処理方法を円近似から楕円近似に変更することを提案した。理論的な検討とレイトレーシングで、楕円近似により非線形性を減らすことを示し、実験によりこの効果を確認した。以下に結論を示す。

- (1) 楕円近似を行った場合の、球の三次元変位を計算するための計算式を導出した。
- (2) 楕円近似に対応した画像処理の手法を開発した。
- (3) 楕円近似により、円近似で大きかった非線形性を大幅に改善することができた。
- (4) 実験により、楕円近似の有効性を確認した。

今後の課題としては、高い分解能に対応した測定の繰り返し精度の向上がある。測定システムの一体化により振動や温度ドリフトに対して安定なシステムを構築し、より詳細な誤差評価を行う予定である。

参考文献

- 1) 江並和宏, 臼杵深, 平木雅彦, 高橋哲, 高増潔, 大園成夫: リングビームを用いた三次元変位測定法(第1報)ー理論解析と基礎実験ー, 精密工学会誌, **69**, 12 (2003) 1764.
- 2) J. Song and T. Vorburger: Measurement Comparison of Stylus Radii, Proc. ICPE 97, **2**, (1997) 823.
- 3) 三井公之, 凌季, 橋本義之: 光による軸の回転精度測定法の研究ー測定原理ならびに測定感度に関する考察ー, 精密工学会誌, **61**, 9 (1995) 1302.

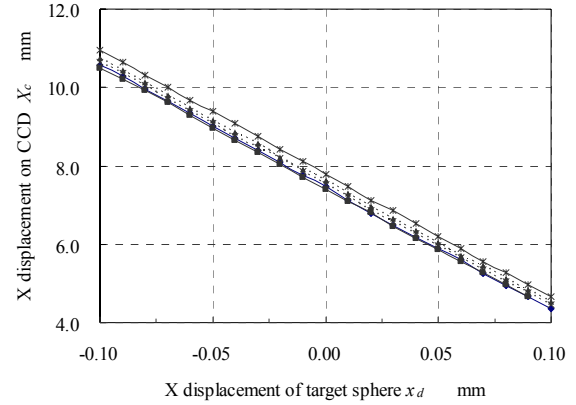


Fig. 10 Experimental result of relationship between X displacement of target sphere x_d and ring image on CCD X_c for $z_d = \pm 0.1$ mm, ± 0.01 mm and 0 mm

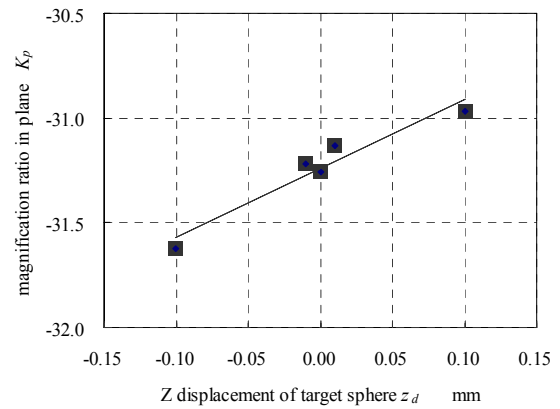


Fig. 11 Relationship between Z displacement of target sphere z_d and magnification ratio in plane K_p

- 4) K. Takamasu, A. Kobaru, R. Furutani and S. Ozono: Three Dimensional Position Sensor Using Optical Colimator for Nanometer Resolution, 7th Int. Prec. Eng Seminar, (1993) 63.
- 5) K. Enami, M. Hiraki and K. Takamasu: Nano-Probe Using Optical Sensing, IMEKO-XVI World Congress, (2000) 345.
- 6) 三好隆志, 青木洋, 斎藤勝政: 三次元自由曲面の非接触形状測定センサの開発研究(第1報)ー光リング式センサの解析ー, 精密工学会誌, **58**, 11 (1992).
- 7) 三好隆志, 近藤司, 斎藤勝政, 神谷征男, 岡田宏司: 非接触3-D デジタル計測システムの開発研究, 精密工学会誌, **56**, 6 (1990).
- 8) Masahiko Hiraki, Kazuhiro Enami, Kiyoshi Takamasu and Shigeo Ozono: Omni-Directional Obstacle Detection, European Journal of Automation, **36**, 9 (2002) 1221.