

# 空間周波数領域 2 点法に関する研究 (第 1 報) \*

— 2 組の 2 点法を組み合わせる場合の系統誤差の補正 —

陳 欣\*\* 小 谷 潔\*\*\* 高 増 潔\*\*\*

Study on Spatial Frequency Domain 2-point Method (1st Report)  
- Calibration of Systematic Error in Case of Combining Two Sets of 2-point Method -

Xin CHEN, Kiyoshi KOTANI and Kiyoshi TAKAMASU

The multi-probe scanning method has been researched widely for evaluating the profile of large size ultra precision specimens. Several data processing methods, such as inclination method, integration method and combination method, etc. have been developed using two or three-sensor measurement systems. In this paper, the spatial frequency domain 2-point method, which combines two data sets of 2-point method with different sensor intervals, is discussed. Firstly, the algorithm of the two sets of 2-point method is introduced without considering the systematic and random error. Then, the influence of the systematic error is analyzed and an accurate software calibration method of the systematic error is proposed in the presence of the systematic and random error simultaneously. The uncertainty of evaluated profile is also estimated quantitatively after calibration. Although the uncertainty is introduced by both the random error and the systematic error, it is shown that its result is only decided by the magnitude of the random error. Simulations are performed to confirm the theory analysis finally.

**Key words:** profile measurement, 2-point method, spatial frequency domain, systematic error, calibration

## 1. 緒 言

大型超精密試料のオンマシン形状評価には、複数のセンサを用いた走査方法（マルチプローブ法）がこれまで多く研究されてきた。用いるセンサ（一般的に位置センサ）の数によって、2 点法<sup>1)-3)</sup>、3 点法<sup>4)-6)</sup>や 4 点以上法<sup>7)8)</sup>が挙げられる。また、別の角度センサ<sup>9)</sup>や反転操作<sup>10)</sup>などの補助手段を加えることで、様々な改良方法も開発されている。

それらの中で、2 点法は 2 本のセンサ測定値の差分によって、走査ステージの垂直並進誤差を取り除く簡単な方法である。このデータ処理手法として、最初に逐次 2 点法<sup>1)</sup>が提案された。2 つのセンサの配置距離とサンプリング距離が等しいという条件で、理論計算誤差がまったくない方法である。しかし、実際にセンサ大きさの制限によって、センサ距離を十分短く取れないため、横分解能不足の問題がある。また、逐次法の漸化式演算によって、センサ測定値のノイズが累積される。そこで、サンプリング距離をセンサ距離より短くすることが可能な積分法<sup>2)3)</sup>が提案された。この方法は、測定値の差分とセンサ距離の比を近似的に形状接線の傾きと見なし、1 回積分することで形状を求めるため、形状の周波数が高くなるほど、評価誤差が大きくなる。合成法<sup>2)</sup>は、逐次法と積分法との組合せで、段差や傷など特定の形状を評価できるように提案された方法である。データ処理上、各グループに分けられた逐次法の相対関係を確定するときに誤差が生じる<sup>5)</sup>。

以上の空間領域における処理方法に対して、空間周波数領域における離散フーリエ変換（以下 DFT と呼ぶ）を利用する方法がある。この方法は、真直度の測定<sup>11)12)</sup>に簡単に適用できるが、

真直度の測定にはある難点がある。これは、2.3 節に述べるように、直線形状が円形のような周期性がないので、DFT に必要な一部分のデータが直接得られないことである。1999 年に、Elsterらは自然延長法<sup>13)</sup>によってこの問題を解決し、理論誤差のない空間周波数領域 2 点法を実現した。さらに、2 点法がセンサの配置距離に相当する波長成分とその高調波成分を検出できない点に対応し、2 本のセンサ距離を変えながら、2 回走査による 2 組の 2 点法を組み合わせる方法を提案した<sup>14)15)</sup>。

単純な 3 点法では高周波成分の検出<sup>6)</sup>と系統誤差の除去<sup>10)</sup>が容易ではないことから、高精度での測定には限界がある。また、3 つの位置センサと 1 つの角度センサからなる測定システム<sup>8)</sup>を使えば、走査ステージの一次誤差（垂直並進と回転）および測定センサの系統誤差と偶然誤差にも対応できるが、計算量が多く、使用するセンサ数が多い。

そこで、本報は使用するセンサ数が 1 個少なく測定装置の構成が組みやすい 2 組の 2 点法に着目し、系統誤差の補正について検討する。マルチプローブ法では、センサ間のゼロ点のずれは必ず存在する。2 点法では、このようなゼロ点誤差を含めた系統誤差が形状に線形偏差を持たせるだけで、実際の形状を評価するには影響しないことが知られている。しかし、2 組の 2 点法を組み合わせる場合、この系統誤差による影響と補正方法はまだ明らかにされていない。以下に、まず、空間周波数領域 2 点法の処理手法を説明し、2 組の 2 点法の組合せ手法を示す。次に、系統誤差による評価結果への影響を解析し、系統誤差と偶然誤差を両方考慮する場合の系統誤差の補正方法を提案する。そして、補正後の不確かさの理論解析を行う。最後に、シミュレーションによる検証を行い、理論解析の結果を確認する。

## 2. 空間周波数領域 2 点法

### 2.1 2 点法のモデル

2 点法の一般的なモデルを図 1 に示す。距離  $D$  で配置された

\* 原稿受付 平成 18 年 10 月 5 日

\*\* 学生会員 東京大学大学院工学系研究科（東京都文京区本郷 7-3-1）

\*\*\* 正 会 員 東京大学大学院工学系研究科

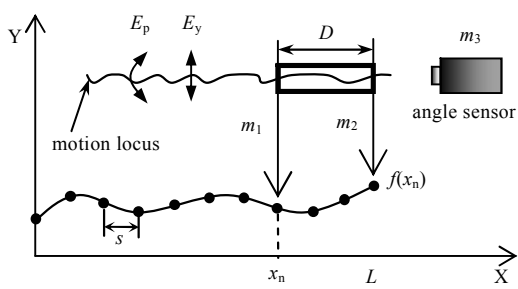


Fig. 1 Model of 2-point method with pitching compensation

2本の変位センサを位置決め可能なステージに取付けて、サンプリング距離  $s$  で長さ  $L$  とする試料  $f(x_n)$  を走査する。走査ステージのXY平面内の回転誤差（ピッチング）を検出するため、1本の角度センサを走査ラインの延長線上に配置する。ここで、以下のパラメータを定義する。

$$d = D/s, \quad N = L/s, \quad N_d = N - d$$

ここで、 $d$  はセンサ配置距離内のデータ数、 $N$  は試料全長内のデータ数（最終点を含めない）、 $N_d$  は実際にサンプルできるデータ数である。ステージの垂直並進誤差とピッチを  $E_y$  と  $E_p$  に定義すれば、2つの変位センサの出力 ( $m_1, m_2$ ) と1つの角度センサの出力 ( $m_3$ ) は

$$\begin{aligned} m_1(x_n) &= f(x_n) + E_y(x_n) \\ m_2(x_n) &= f(x_n + D) + E_y(x_n + D) + D \cdot E_p(x_n) \\ m_3(x_n) &= E_p(x_n) \end{aligned} \quad (1)$$

のようになる。これによって、形状の差分出力  $f_d(x_n)$  は

$$\begin{aligned} f_d(x_n) &= f(x_n + D) - f(x_n) \\ &= m_2(x_n) - m_1(x_n) - D \cdot m_3(x_n) \quad n = [0, N_d - 1] \end{aligned} \quad (2)$$

で与えられる。従って、走査ステージの運動誤差の影響を受けずに高精度で形状を求めるには、いかに形状の差分出力  $f_d(x_n)$  から形状  $f(x_n)$  を求めるかが重要である。走査型形状測定法の観点から見れば、正確に離散的な形状  $f(x_n)$  を決めることができれば、誤差のない復元と言える。

### 2.2 周波数領域2点法のプロセス

空間周波数領域2点法の基本的な考え方は、DFTの位相性質を利用して、形状の差分から形状を求めることである。以下にこのプロセスを3つのステップにまとめる。

- 1) データ数  $N$  による形状差分出力のDFT係数  $\tilde{f}_d(k)$  を求める。

$$\tilde{f}_d(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f_d(x_n) \cdot W_N^{nk} \quad k = [0, N-1] \quad (3)$$

$$\text{ここで、} W_N^{nk} = \exp\left(-\frac{j2\pi}{N}nk\right)$$

- 2) 2点法の伝達関数によって形状のDFT係数  $\tilde{f}(k)$  を求める。

$$\tilde{f}(k) = \frac{\tilde{f}_d(k)}{H(k)} \quad \sin\left(\frac{\pi}{N}d \cdot k\right) \neq 0 \quad (4)$$

$$\text{ここで、} H(k) = W_N^{-dk} - 1 \quad (\text{付録A})$$

- 3) データ数  $N$  による逆離散フーリエ変換（以下IDFTと呼ぶ）をして形状を求める。

$$f'(x_n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{f}(k) \cdot W_N^{-kn} \quad n = [0, N-1] \quad (5)$$

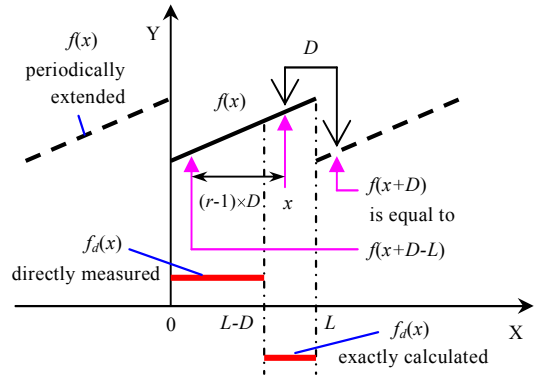


Fig. 2 Example of a linear profile extended periodically and its difference output in a whole cycle ( $[0, L]$ )

DFTを施すため、 $f_d(x_n)$  と  $f(x_n)$  は  $[0, N-1]$  範囲の値が周期的に無限に繰り返されることが仮定されている。また、式(4)から分かるように、2点法の伝達関数  $H(k)$  に零点があるため、評価形状  $f'(x_n)$  には、真の形状の直流成分と空間周波数が  $1/D$  の場合とその高調波成分が検出できないことになる。

### 2.3 形状の差分出力の求め方

ここで問題となるのは、式(2)によって、形状の差分出力は  $[0, N_d-1]$  範囲内しか与えていないことである。そこで、 $[N_d, N-1]$  範囲内の差分が求められる条件として、試料長さ  $L$  がセンサの配置距離  $D$  の整数倍を満たさなければならないことが、Elsterらによって示された<sup>13)</sup>。分かりやすくするため、図2に被测形状が直線の場合を例として、試料全長範囲の差分出力（段差のように見える2つの水平直線）を示す。形状の仮の周期性を利用して、 $[L-D, L]$  範囲の差分は  $[0, L-D]$  範囲の差分によって

$$\begin{aligned} f_d(x_n) &= f(x_n + D) - f(x_n) \\ &= f(x_n + D - r \cdot D) - f(x_n) \\ &= [f(x_n - (r-1) \cdot D) - f(x_n - (r-1) \cdot D + D)] + \\ &\quad \dots + [f(x_n - D) - f(x_n - D + D)] \\ &= -\sum_{q=1}^{r-1} f_d(x_n - q \cdot D) \quad n = [N_d, N-1] \end{aligned} \quad (6)$$

のように求められる。ここで、 $r = N/d, r \in 2$  以上の正整数である。式(2)と式(6)より、形状の差分出力は  $[0, N-1]$  の範囲内すべて求めることができる。

### 2.4 2組の2点法を組み合わせる方法

2.2節に述べたように、1組の2点法では伝達関数零点の影響で一部の周波数成分が求められない欠点がある。そこで、Elsterらはさらに、センサの配置距離を変えながら2組の2点法を組み合わせる方法を提案した<sup>14)15)</sup>。説明しやすくするため、1番目と2番目の2点法計算に必要なパラメータを以下に示す。

- $L$ : 試料長さ
- $s$ : サンプリング距離
- $N = L/s$ : 全データ数
- $i$ : 何番目の2点法かを示す添え字
- $D_i$ : センサの配置距離
- $d_i = D_i/s$ : センサ配置距離内のデータ数
- $N_{d_i} = N - d_i$ : サンプルしたデータ数
- $r_i = N/d_i$ : 2以上の正整数
- $f_{d_i}(x_n)$ : 形状の差分出力
- $\tilde{f}_i(k)$ : 形状のDFT係数

また、以下の5つの集合を定義する。

$$U_1 = \left\{ \sin\left(\frac{\pi}{N}d_1k\right) \neq 0 \right\}, \quad \bar{U}_1 = \left\{ \sin\left(\frac{\pi}{N}d_1k\right) = 0 \right\},$$

$$U_2 = \left\{ \sin\left(\frac{\pi}{N}d_2k\right) \neq 0 \right\}, \quad \bar{U}_2 = \left\{ \sin\left(\frac{\pi}{N}d_2k\right) = 0 \right\},$$

$$U_{12} = \left\{ \sin\left(\frac{\pi}{N}d_1k\right) \neq 0 \cup \sin\left(\frac{\pi}{N}d_2k\right) \neq 0 \right\}, \quad k = [1, N-1]$$

式(4)から分かるように、 $k \in \bar{U}_1$ の時に $\tilde{f}_1(k)$ は定義されていない、 $k \in \bar{U}_2$ の時に $\tilde{f}_2(k)$ は定義されていない。しかし、 $d_1$ と $d_2$ は

- ▶ 1以外の公約数がない
- ▶  $N = d_1 \times d_2$

の条件を満たせば、2つのDFT係数を組み合わせた合成DFT係数は $[1, N-1]$ の範囲内すべて定義される。

$$\tilde{f}_c(k) = \begin{cases} 0 & k=0 \\ \tilde{f}_1(k) \text{ or } \tilde{f}_2(k) & k \in U_{12} \\ \tilde{f}_2(k) & k \in \bar{U}_1 \\ \tilde{f}_1(k) & k \in \bar{U}_2 \end{cases} \quad (7)$$

上式によって、0次成分が求められないが、形状としての評価に妨げはないので、この合成DFT係数をIDFTして得られた形状は真の形状と見なすことができる。また、双方の伝達関数の非零点( $k \in U_{12}$ )での合成DFT係数は、 $\tilde{f}_1(k)$ もしくは $\tilde{f}_2(k)$ どちらを使っても構わない。

### 3. 誤差解析と系統誤差の補正

#### 3.1 誤差のモデル

ここでは、3つのセンサの測定値に誤差がある場合について検討する。一般に、このような誤差は不変量である系統誤差と変量である偶然誤差に分けられる。データ処理手法にとって望まれていることは、系統誤差に対して補正により除去できると、偶然誤差に対して誤差の拡大倍率が小さくできることである。図1の2点法のモデルに基づいて、測定値に系統誤差と偶然誤差があった場合の3つのセンサ出力は

$$m'_1(x_n) = f(x_n) + E_y(x_n) + C_1 + \eta_1(x_n)$$

$$m'_2(x_n) = f(x_n + D) + E_y(x_n) + D \cdot E_p(x_n) + C_2 + \eta_2(x_n)$$

$$m'_3(x_n) = E_p(x_n) + C_3 + \eta_3(x_n) \quad (8)$$

と表れる。ここで、 $C_1, C_2, C_3$ は定数、 $\eta_1, \eta_2, \eta_3$ は平均が0の正規分布に従う変数である。これによって、形状の差分出力は

$$f_d^\sigma(x_n) = m'_2(x_n) - m'_1(x_n) - D \cdot m'_3(x_n)$$

$$= f(x_n + D) - f(x_n) + (C_2 - C_1 - D \cdot C_3) + (\eta_2 - \eta_1 - D \cdot \eta_3)$$

$$= f_d(x_n) + \alpha \cdot D + \varphi(x_n), \quad n = [0, N_d - 1] \quad (9)$$

与えられる。ここで、 $\alpha$ は未知の定数、 $\varphi$ は平均が0の正規分布に従う変数である。この場合、 $f_d^\sigma(x_n)$ は誤差のあるときの差分出力で、3つのセンサ測定値によって決められ、既知の量である。一方、 $f_d(x_n)$ は誤差なしのときの差分出力を意味し、未知の量である。

このような2組の2点法について、Elsterら<sup>14)</sup>は偶然誤差のみの場合について検討し、加重平均による方法で偶然誤差と同

程度の形状評価誤差が得られることを示した。また、Yinら<sup>16)</sup>は系統誤差のみの場合について検討したが、具体的な補正式を示しておらず、誤差解析のための一番はじめの仮定も間違っている。ここでは、系統誤差による影響を解析し、偶然誤差と系統誤差両方を考慮する場合について、最適な系統誤差の補正手法を提案する。そして、補正後の推定精度の理論解析を行う。

#### 3.2 系統誤差による影響

系統誤差によって、測定結果にどのような影響を与えるのかを解析的に評価した。系統誤差のみの場合、2組の2点法のそれぞれの形状差分出力は式(9)と式(6)より

$$f_d^\alpha(x_n) = \begin{cases} f_{d_i}(x_n) + \alpha_i D_i & n = [0, N_{d_i} - 1] \\ -\sum_{q=1}^{r-1} f_{d_i}^\alpha(x_n - qD_i) & n = [N_{d_i}, N - 1] \end{cases} \quad i=1,2 \quad (10)$$

与えられる。 $\alpha_1 D_1$ と $\alpha_2 D_2$ はそれぞれの2点法の系統誤差である。式(10)を式(3)と式(4)に代入すると、系統誤差のある時の形状DFT係数 $\tilde{f}_1^\alpha(k)$ と $\tilde{f}_2^\alpha(k)$ は

$$\tilde{f}_i^\alpha(k) = \tilde{f}_i(k) + \alpha_i \tilde{z}(k), \quad k \in U_i, \quad i=1,2 \quad (11)$$

ここで、 $\tilde{z}(k) = s \sum_{n=0}^{N-1} n \cdot W_N^{n \cdot k} = DFT(x_n)$ , (付録B)

と表現できる。 $\tilde{z}(k)$ は $N$ による横軸位置のDFT係数であることは重要なポイントである。次に、式(11)を用いて式(7)のように合成DFT係数( $k \in U_{12}$ の時 $\tilde{f}_c^\alpha(k)$ を用いる)を作り、評価形状を

$$f_c^\alpha(x_n) = \frac{1}{N} \left[ \sum_{k \in U_1} (\tilde{f}_1(k) + \alpha_1 \tilde{z}(k)) \cdot W_N^{-kn} + \sum_{k \in U_2} (\tilde{f}_2(k) + \alpha_2 \tilde{z}(k)) \cdot W_N^{-kn} \right]$$

$$= f(x_n) + \alpha_1 \cdot x_n + s \cdot \alpha_{12} \cdot g(n), \quad n = [0, N-1] \quad (12)$$

ここで、 $\alpha_{12} = \alpha_1 - \alpha_2$

$$g(n) = \begin{cases} n - \frac{d_1 - 1}{2}, & n = [0, d_1 - 1] \\ g(n - d_1), & n = [d_1, N - 1] \end{cases} \quad (付録C)$$

のように求める。図3に関数 $g(n)$ のグラフを示す。従って、系統誤差があった場合、評価誤差の最大値は

$$Max(f_c^\alpha(x_n) - f(x_n) - \alpha_1 \cdot x_n) = s \cdot \alpha_{12} \cdot \frac{d_1 - 1}{2} \quad (13)$$

となる。この誤差は試料の振幅や長さに関係ないので、精密な調整によって、系統誤差(実際には $\alpha_{12}$ )を小さくすれば、評価誤差も無視できる程度に小さいことが可能である。しかし、ハー

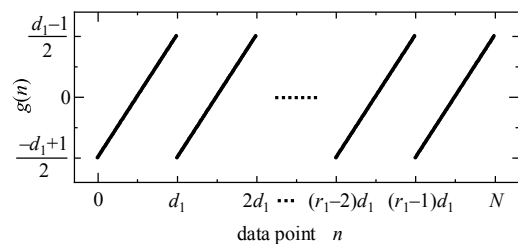


Fig. 3 Relationship between data point  $n$  and relative error coefficient  $g(n)$

ドウェアによる系統誤差の補正は煩雑で、完全に除去することも困難なので、ソフトウェアによる補正方法を説明する。

### 3.3 系統誤差の補正方法

ここでは、系統誤差と偶然誤差両方ある場合について検討する。式 (9) と式 (6) より、2組の2点法のそれぞれの形状差分出力は

$$f_{d_i}^\sigma(x_n) = \begin{cases} f_{d_i}(x_n) + \alpha_i D_i + \varphi_i(x_n), & n=[0, N_{d_i}-1] \\ -\sum_{q=1}^{r_i-1} f_{d_i}^\sigma(x_n - qD_i), & n=[N_{d_i}, N-1] \end{cases} \quad i=1,2 \quad (14)$$

で与えられる。ここで、 $\varphi$  の平均と分散は

$$E[\varphi_i(x_n)] = 0, \quad V[\varphi_i(x_n)] = \sigma^2 \quad (15)$$

と仮定される。式 (14) を用いて式 (3) と式 (4) に代入すると、誤差のある時の形状 DFT 係数はそれぞれ

$$\tilde{f}_i^\sigma(k) = \tilde{f}_i(k) + \alpha_i \tilde{z}(k) + \tilde{e}_i(k, \varphi), \quad k \in U_i, \quad i=1,2 \quad (16)$$

$$\tilde{e}_i(k, \varphi) = \frac{\sum_{n=0}^{N_{d_i}-1} \varphi_i(x_n) W_N^{n-k} - \sum_{n=N_{d_i}}^{N-1} \left[ \sum_{q=1}^{r_i-1} \varphi_i(x_n - qD_i) \right] W_N^{n-k}}{W_N^{-d_i \cdot k} - 1}$$

と表現できる。また、 $\tilde{e}_i(k, \varphi)$  の平均と分散を下式に求めておく。

$$E[\tilde{e}_i(k, \varphi)] = 0, \quad V[\tilde{e}_i(k, \varphi)] = \sigma^2 \delta_i(k), \quad k \in U_i, \quad i=1,2 \quad (17)$$

$$\delta_i(k) = d_i \frac{\sum_{q=1}^{r_i-1} \sin^2(\pi \frac{qkd_i}{N})}{\sin^2(\pi \frac{kd_i}{N})} \quad (\text{付録D})$$

前節の解析で分かるように、補正の鍵は式 (12) に定義した  $\alpha_1$  と  $\alpha_2$  の差  $\alpha_{12}$  である。  $k \in U_{12}$  のときに、  $\tilde{f}_1(k) = \tilde{f}_2(k)$  (= 真の形状の DFT 係数) が成り立つので、式 (16) より、以下の関係式は導かれる。

$$\tilde{\alpha}_{12}(k) = \alpha_{12} + \frac{(\tilde{e}_1(k, \varphi) - \tilde{e}_2(k, \varphi))}{\tilde{z}(k)} \quad k \in U_{12} \quad (18)$$

$$\text{ここで、} \tilde{\alpha}_{12}(k) = \frac{\tilde{f}_1^\sigma(k) - \tilde{f}_2^\sigma(k)}{\tilde{z}(k)}$$

次に式 (17) を利用して、  $\tilde{\alpha}_{12}(k)$  の平均と分散は

$$E[\tilde{\alpha}_{12}(k)] = \alpha_{12}, \quad V[\tilde{\alpha}_{12}(k)] = \sigma^2 \frac{\delta_1(k) + \delta_2(k)}{|\tilde{z}(k)|^2} \quad (19)$$

と表される。ここでは、推定の精度を上げるために、  $\tilde{\alpha}_{12}(k)$  の加重平均を取る方法で  $\alpha_{12}$  の不偏推定値  $\hat{\alpha}_{12}$  を

$$\hat{\alpha}_{12} = \frac{\sum_{k \in U_{12}} (\tilde{\alpha}_{12}(k) \cdot w_\alpha(k))}{\sum_{k \in U_{12}} w_\alpha(k)} \quad (20)$$

$$\text{ここで、} w_\alpha(k) = \frac{\sigma^2}{V[\tilde{\alpha}_{12}(k)]} = \frac{|\tilde{z}(k)|^2}{\delta_1(k) + \delta_2(k)}$$

のように求める。この  $\hat{\alpha}_{12}$  を用いて、式 (16) の  $i=2$  の形状 DFT

係数を以下のように補正して、また、  $i=1$  の形状 DFT 係数をそのままにする。

$$\tilde{f}_2^\sigma(k) + \hat{\alpha}_{12} \tilde{z}(k) = \tilde{f}_2(k) + \alpha_1 \tilde{z}(k) + \tilde{e}_2(k, \varphi) + (\hat{\alpha}_{12} - \alpha_{12}) \tilde{z}(k) \quad (21)$$

$$\tilde{f}_1^\sigma(k) = \tilde{f}_1(k) + \alpha_1 \tilde{z}(k) + \tilde{e}_1(k, \varphi) \quad (22)$$

上 2 式の平均を求めれば分かるように、  $\tilde{f}_2^\sigma(k) + \hat{\alpha}_{12} \tilde{z}(k)$  は  $\tilde{f}_2(k) + \alpha_1 \tilde{z}(k)$ 、  $\tilde{f}_1^\sigma(k)$  は  $\tilde{f}_1(k) + \alpha_1 \tilde{z}(k)$  の不偏推定値である。従って、この 2 つの DFT 係数を用いて式 (7) のように合成してさらに IDFT し得られた不偏推定形状は、真の形状に傾斜率  $\alpha_1$  の線形偏差だけを持たせることが分かる。さらに、双方の伝達関数の非零点 ( $k \in U_{12}$ ) での推定合成 DFT 係数は、  $\tilde{f}_1^\sigma(k)$  もしくは  $\tilde{f}_2^\sigma(k) + \hat{\alpha}_{12} \tilde{z}(k)$  どちらを使っても構わないが、より精度の高い推定値を得るために、両者の加重平均を用いる<sup>14)</sup>。新しい推定合成 DFT 係数を下式に示す。

$$\hat{f}_c^\sigma(k) = \begin{cases} 0 & k=0 \\ \frac{\tilde{f}_1^\sigma(k) \cdot w_1(k) + (\tilde{f}_2^\sigma(k) + \hat{\alpha}_{12} \tilde{z}(k)) \cdot w_2(k)}{w_1(k) + w_2(k)} & k \in U_{12} \\ \tilde{f}_2^\sigma(k) + \hat{\alpha}_{12} \tilde{z}(k) & k \in \bar{U}_1 \\ \tilde{f}_1^\sigma(k) & k \in \bar{U}_2 \end{cases} \quad (23)$$

ここで、重み  $w_1(k)$  と  $w_2(k)$  は下式によって求められる。

$$w_1(k) = \frac{\sigma^2}{V[\tilde{f}_1^\sigma(k)]} = \frac{1}{\delta_1(k)}$$

$$w_2(k) = \frac{\sigma^2}{V[\tilde{f}_2^\sigma(k) + \hat{\alpha}_{12} \tilde{z}(k)]} = \frac{1}{\delta_2(k) + \sum_{p \in U_{12}} w_\alpha(p) |\tilde{z}(k)|^2}$$

最後に式 (23) を IDFT して不偏推定形状  $\hat{f}_c^\sigma(x_n)$  は求められる。

$$\hat{f}_c^\sigma(x_n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{f}_c^\sigma(k) \cdot W_N^{-kn}, \quad n=[0, N-1] \quad (24)$$

系統誤差のみの場合、即ち式 (14) の偶然誤差の項  $\varphi(x_n)$  が 0 の場合、以上の補正方法によって計算すれば、推定形状ではなく、真の形状を得ることができる。

### 3.4 推定精度の評価

ここでは、推定形状と真の形状との差の標準偏差  $\sigma$  (MSE の平方根) を用いて、推定の理論的な不確かさ  $u_c$  を

$$u_c = a \sigma \quad (25)$$

ここで、誤差拡大倍数  $a$  を

$$a = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{k \in U_{12}} \frac{1}{w_1(k) + w_2(k)} + \sum_{k \in \bar{U}_1} \frac{1}{w_2(k)} + \sum_{k \in \bar{U}_2} \frac{1}{w_1(k)}} \quad (\text{付録E})$$

のように求める。式 (17), (20), (23) から分かるように、  $a$  の大きさは、サンプリング距離  $s$  や形状の振幅、系統誤差の大きさと同様関係なく、  $s$  を基準距離として無次元化した 2 つのセンサ配置距離  $d_1$  と  $d_2$  だけによって決められる。データ数  $N$  ( $=d_1 \times d_2$ ) が 1000 以下に限って、  $d_1$  と  $d_2$  のすべて可能なセットによって計算した  $a$  値の一部 ( $7 \leq d_1 < d_2$ ) を図 4 に示す。図 4 から、  $26 \leq d_1 < d_2$  の点だけを取り出したものを図 5 に示す。これらの図より、以下のことが言える。

1) 誤差拡大倍数  $a$  をできるだけ小さくするように、  $d_1$  と  $d_2$

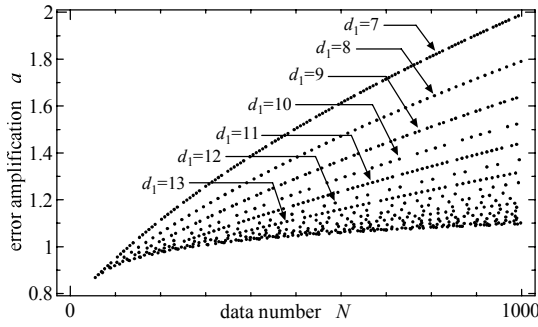


Fig. 4 Values of error amplification  $a$  for all  $N(=d_1 \times d_2) < 1000$ , but  $7 \leq d_1 < d_2$

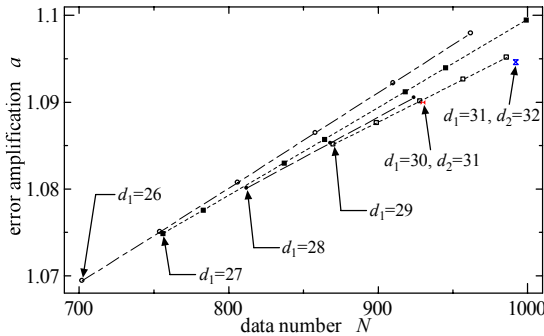


Fig. 5 Values of error amplification  $a$  for all  $N(=d_1 \times d_2) < 1000$ , but  $26 \leq d_1 < d_2$

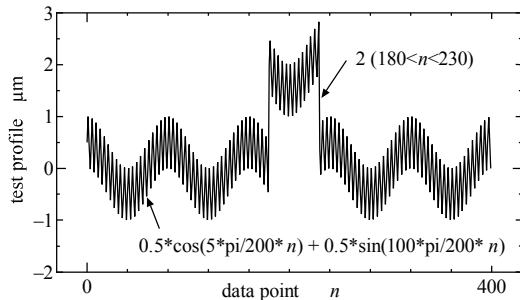


Fig. 6 Example of test profile: 5<sup>th</sup> low frequency  $\cos$  function + 100<sup>th</sup> high frequency  $\sin$  function + step profile at middle part

のセットを適当に選択すれば、良好な推定結果が得られる。

- 2) 同じ  $d_1$  を持つ  $d_1$  と  $d_2$  のセットに対して、 $d_2$  が大きくなるほど、 $a$  も大きくなっていることが分かる。この意味で、パラメータとしての  $d_1$  と  $d_2$  を選ぶ時に、あまり離れた  $d_1$  と  $d_2$  のセットを避けたほうがよい。
- 3) 横軸のデータ数  $N(=d_1 \times d_2)$  は、 $d_1$  と  $d_2$  の 1 以外の公約数がないという条件から、すべての正整数をカバーできないが、サンプリング距離  $s$  を微調整することで、測定すべき試料の長さ  $L(=N \times s)$  と合わせることが可能である。

また、図には示していないが、 $d_1 < d_2$  のセットの  $a$  値は  $d_1 > d_2$  のものより少し大きい。これは、式 (21) のように、2 番目の 2 点法データを補正する限り、 $d_1$  を  $d_2$  より大きい値を選ぶほうが、不確かさが小さいことに繋がる。

#### 4. シミュレーション

シミュレーションでは、様々なテスト形状とパラメータを用いて検証を行った。以下に、図 6 のような形状と表 1 に示したパラメータを例として系統誤差補正の効果を説明する。パラメータ  $s, d_1$  と  $d_2$  を決めれば、残りのパラメータ  $N, L$  と  $a$  も決

Table 1 Parameter of two set 2-point method

$s$	$d_1$	$d_2$	$N$	$a$
0.5 mm	25	16	400 ( $L = 200$ mm)	1.037

Table 2 Simulation results for all kinds of conditions (unit:  $\mu\text{m}$ )

No.	condition			result		
	$\alpha_1 D_1$	$\alpha_2 D_2$	$\sigma$	$u_c$	STD A <sup>1</sup>	STD B <sup>2</sup>
1	0	0	0	0	0	0
2	0.01	0.03	0	0	0	0.017
3	0.1	0.3	0	0	0	0.175
4	0.1	0.3	0.01	0.010	0.010	0.177
5	0.1	0.3	0.3	0.311	0.310	0.339
6	0.01	1.5	0.3	0.311	0.313	1.155

Note 1: STD A means the standard deviation with calibration

Note 2: STD B means the standard deviation without calibration

められる。表 2 にシミュレーションの条件と結果を示す。1 列目はシミュレーションの番号を示す。2, 3 列目はそれぞれテスト形状の 2 組の差分出力に加える系統誤差、4 列目は偶然誤差の標準偏差である (式 (15))。5 列目は理論上の不確かさ  $u_c$  を示す。また、シミュレーションの結果として、6 列目に系統誤差を補正する場合、7 列目に系統誤差を補正しない場合 (式 (23) の  $\hat{\alpha}_{12} \tilde{z}(k)$  項を除去する) の標準偏差 (計算した形状とテスト形状の差の RMS) を示す。

1 行目は、系統誤差と偶然誤差がない場合の結果である。STD A と STD B とも 0 になることから、誤差のない復元であることが分かる。2, 3 行目は、系統誤差のみがある場合の結果である。この時、補正をする場合は誤差のない復元ができるのに対して、補正をしない場合は、系統誤差の増加 (厳密には  $\alpha_{12}$  の増加) とともに、評価誤差が増加している。4, 5, 6 行目は系統誤差と偶然誤差両方ある場合の結果である。補正をする場合の評価誤差は系統誤差の変化に関わらず、偶然誤差の大きさによって理論値  $u_c$  におりの不確かさを持っている。一方、補正しない場合は、前者よりかなり大きな評価誤差が表れ、しかも、系統誤差の増加とともに、評価誤差も増加している。また、テスト形状と振幅を変えて検証したところ、いずれも標準偏差に影響しないことが確認された。

#### 5. 結 言

本報では、走査型形状測定に用いる空間周波数領域 2 点法において、2 組の 2 点法を組み合わせる場合の系統誤差の補正方法を提案し、シミュレーションによりその有効性を示した。以下にその成果を示す。

- (1) 系統誤差により測定結果が受ける影響を解析的に評価した。評価誤差は形状の振幅や長さに関係なく、系統誤差の相対差 ( $\alpha_{12}$ ) に比例している。
- (2) ソフトウェアによる系統誤差の補正方法を提案した。この方法は、測定システムのハードウェアを変える必要がなく、偶然誤差による影響も対応している。
- (3) 補正後の評価結果の不確かさを理論的に解析した。系統誤差のみの場合、補正式をかけることで、誤差のない復元が可能である。系統誤差と偶然誤差両方ある場合、評価結果の不確かさは、形状の振幅と長さ、そして系統誤差の大きさに関係なく、偶然誤差の標準偏差と同じ程度の大きさになっている。

(4) シミュレーションを行い, 理論解析の結果と一致したことから, 本提案手法の有効性を確認した.

今後は, 実験により提案した補正方法の有効性を確認する.

付 録

A.1 2点法の伝達関数  $H(k)$  (式 (4)) の求め方

有限長試料  $f(x_n)$  は長さ  $L$  によって周期的に無限に繰り返されることが仮定されている.

$$\begin{aligned} \tilde{f}_d(k) &= \sum_{n=0}^{N_d-1} f_d(x_n) W_N^{kn} = \sum_{n=0}^{N_d-1} [f(x_n + d \cdot s) - f(x_n)] W_N^{kn} \\ &= \sum_{n=0}^{N_d-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} \tilde{f}(p) W_N^{-p(n+d)} - \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} \tilde{f}(p) W_N^{-pn} \right] W_N^{kn} \\ &= \sum_{n=0}^{N_d-1} \left\{ \frac{1}{N} \cdot W_N^{kn} \cdot \left[ \sum_{p=0}^{N-1} \tilde{f}(p) W_N^{-pn} (W_N^{-p \cdot d} - 1) \right] \right\} \\ &= \sum_{p=0}^{N-1} \left[ \frac{1}{N} \tilde{f}(p) \cdot (W_N^{-p \cdot d} - 1) \sum_{n=0}^{N-1} W_N^{(k-p)n} \right] \\ &= \sum_{p=k}^{N-1} \left[ \frac{1}{N} \tilde{f}(p) \cdot (W_N^{-p \cdot d} - 1) \cdot N \right] + \sum_{p=k} \left[ \tilde{f}(p) \cdot (W_N^{-p \cdot d} - 1) \cdot 0 \right] \\ &= \tilde{f}(k) \cdot (W_N^{-k \cdot d} - 1) = \tilde{f}(k) H(k) \end{aligned}$$

B.1 関数  $\tilde{z}(k)$  (式 (11)) の求め方

見やすくするため, 1 番目と 2 番目の 2 点法を示す添え字  $i$  を削除した (D.1 同).

$$\begin{aligned} \tilde{z}(k) &= D \frac{\sum_{n=0}^{N_d-1} W_N^{nk} - (r-1) \sum_{n=N_d}^{N-1} W_N^{nk}}{W_N^{-d \cdot k} - 1} = S \frac{d \sum_{n=0}^{N_d-1} W_N^{nk} - (N-d) \sum_{n=N_d}^{N-1} W_N^{nk}}{W_N^{(N-d) \cdot k} - 1} \\ &= S \frac{(d-N) \sum_{n=0}^{N-1} W_N^{nk} + N \sum_{n=0}^{N_d-1} W_N^{nk}}{W_N^{N_d \cdot k} - 1} = 0 + S \frac{N}{W_N^{N_d \cdot k} - 1} \cdot \frac{W_N^{N_d \cdot k} - 1}{W_N^k - 1} \\ &= S \frac{1 - \sum_{n=0}^{N-1} W_N^{nk} + (N-1) W_N^{k(0+N)}}{W_N^k - 1} = S \frac{\sum_{n=0}^{N-1} n \cdot W_N^{(n+1)k} - \sum_{n=0}^{N-1} n \cdot W_N^{nk}}{W_N^k - 1} \\ &= S \sum_{n=0}^{N-1} n \cdot W_N^{nk} = DFT(x_n) \end{aligned}$$

C.1 関数  $g(n)$  (式 (12)) の求め方

$$k \in \bar{U}_1 \Rightarrow k = r_1, 2r_1, \dots, (d_1 - 1)r_1$$

$$\begin{aligned} g(n) &= \frac{1}{N} \sum_{k \in \bar{U}_1} \left[ \sum_{m=0}^{N-1} m W_N^{mk} \right] W_N^{-nk} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{p=1}^{d_1-1} \left[ \sum_{m=0}^{N-1} m W_N^{m r_1 p} \right] W_N^{-n r_1 p} = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^{d_1-1} \left[ \sum_{m=0}^{N-1} m W_{d_1}^{m p} \right] W_{d_1}^{-n p} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{p=1}^{d_1-1} \left[ r_1 \sum_{m=0}^{d_1-1} m W_{d_1}^{m p} + d_1 \frac{r_1 (r_1 - 1)}{2} \sum_{m=0}^{d_1-1} W_{d_1}^{m p} \right] W_{d_1}^{-n p} \\ &= \frac{1}{d_1} \sum_{p=1}^{d_1-1} \left[ \sum_{m=0}^{d_1-1} m W_{d_1}^{m p} + 0 \right] W_{d_1}^{-n p} \\ &= \begin{cases} n - \frac{d_1 - 1}{2}, & n = [0, d_1 - 1] \\ g(n - d_1), & n = [d_1, N - 1] \end{cases} \end{aligned}$$

D.1 関数  $\tilde{e}_i(k, \varphi)$  (式 (17)) の分散の求め方

この証明は参考文献 [14] の式 (3) にも与えられている.

$$\begin{aligned} V(\tilde{e}(k, \varphi)) &= V \left[ \frac{\sum_{n=0}^{N_d-1} \varphi(x_n) W_N^{nk} - \sum_{n=N_d}^{N-1} \sum_{q=1}^{r-1} \varphi(x_n - qD) W_N^{nk}}{W_N^{-d \cdot k} - 1} \right] \\ &= V \left[ \frac{1}{W_N^{-d \cdot k} - 1} \sum_{q=1}^{r-1} \left( (1 - W_N^{qdk}) \sum_{p=N_d - qd}^{N-1 - qd} \varphi(ps) \cdot W_N^{pk} \right) \right] \\ &= \frac{\sigma^2 d}{|W_N^{-d \cdot k} - 1|^2} \cdot \sum_{q=1}^{r-1} \left| (1 - W_N^{qdk}) \right|^2 \\ &= \sigma^2 d \cdot \frac{\sum_{q=1}^{r-1} \sin^2 \left( \pi \frac{qdk}{N} \right)}{\sin^2 \left( \pi \frac{dk}{N} \right)} \end{aligned}$$

E.1 推定結果の不確かさ  $u_c$  (式 (25)) の求め方

$$\begin{aligned} u_c^2 &= E \left[ \left( \hat{f}_c^\sigma(x_n) - f_c^\sigma(x_n) \right)^2 \right] \\ &= V \left( \hat{f}_c^\sigma(x_n) \right) + \left[ E \left( \hat{f}_c^\sigma(x_n) \right) - f_c^\sigma(x_n) \right]^2 \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \left[ \frac{1}{N^2} V \left( \hat{f}_c^\sigma(k) \right) \left| W_N^{-nk} \right|^2 \right] + 0 \\ &= \frac{\sigma^2}{N^2} \left[ \sum_{k \in \bar{U}_2} \frac{1}{w_1(k) + w_2(k)} + \sum_{k \in \bar{U}_1} \frac{1}{w_2(k)} + \sum_{k \in \bar{U}_2} \frac{1}{w_1(k)} \right] \end{aligned}$$

参 考 文 献

- 1) 田中宏明, 佐藤壽芳: 逐次 2 点真直度測定法の基本的な特性に関する研究, 日本機械学会論文集(C 編), **48**, 12 (1982) 1930.
- 2) Kiyono S, Gao W: Profile measurement of machined surface with new differential method, *Prec Eng*, **16**, 3 (1994) 212.
- 3) 清野慧, 奥山栄樹: 平面のうねり形状の測定に関する研究(第 2 報)-形状測定とデジタルフィルタ, 精密工学会誌, **54**, 3 (1988) 513.
- 4) 山口城治: 改良逐次 3 点法による直線運動精度の計測, 精密工学会誌, **59**, 5 (1993) 773.
- 5) Gao W, Kiyono S: On-machine profile measurement of machined surface using the combined three-point method, *JSME Int J Ser C*, **40**, 2 (1997) 253.
- 6) 清野慧, 高偉: 多点法によるソフトウェアデータとその評価誤差, 精密工学会誌, **58**, 7 (1992) 256.
- 7) 田村洋一, 平野太郎, 阪本喜保: 逐次多点法による表面プロフィール計測方法, 計測自動制御学会論文集, **25**, 5 (1989) 509.
- 8) Elster C, Weingartner I: Coupled distance sensor systems for high accuracy topography measurement, *Prec Eng*, **30**, 1 (2006) 32.
- 9) 清野慧, 高偉, 鎌田治: 鏡面形状のオン・マシン測定に関する研究, 精密工学会誌, **58**, 2 (1992) 247.
- 10) Gao W, Yokoyama J: Precision measurement of cylinder straightness using a scanning multi-probe system, *Prec Eng*, **26**, 3 (2002) 279.
- 11) 青木保雄, 大園成夫: 3 点法真円度測定法の一展開, 精密機械, **32**, 12 (1966) 27.
- 12) Whitehouse DJ: Some theoretical aspects of error separation technique in surface metrology, *J Phys E Sci Instrum*, **9** (1976) 531.
- 13) Elster C: Recovering wavefronts from difference measurements in lateral shearing interferometry, *J Comput Appl Math*, **110** (1999) 177.
- 14) Elster C, Weingartner I: Exact wave-front reconstruction from two lateral shearing interferograms, *J Opt Soc Am A*, **16**, 9 (1999) 2281.
- 15) Elster C, Weingartner I: Solution to the shearing problem, *J Applied Optics*, **38**, 23 (1999) 5024.
- 16) Yin ZQ, Li SY: Exact straightness reconstruction for on-machine measuring precision workpiece, *Prec Eng*, **29**, 4 (2005) 456.