論文

座標測定機のアーティファクト校正（第 2 報）*

－冗長座標測定機の自己校正－

高増　潔**　佐藤　理***　Chanin Sinlapeecheewa***　下嶋　賢†　古谷涼秋‡

Artifact Calibration of Coordinate Measuring Machine (2nd Report)
– Self Calibration of Redundant Coordinate Measuring Machine –

Kiyoshi TAKAMASU, Osamu SATO, Chanin SINLAPEECHEEWA, Ken SHIMOJIMA and Ryoshu FURUTANI

Traceable calibration methods for 3D mechanisms are necessary to use the mechanisms as coordinate measuring machines. The calibration method of coordinate measuring machine using artifacts, artifact calibration method, is proposed in taking account of traceability of the mechanism. Coordinate measuring machine which has multiple forward kinematics for one measuring point call as “redundant coordinate measuring machine”. In this article, the self calibration method for the two dimensional laser tracker system as the example of the redundant coordinate measuring machine is formulated base on least squares method. Firstly, the calculation system which takes out the values of kinematic parameters using least squares method is formulated. Secondly, the estimation value of uncertainty of measuring machine is calculated using error propagation method. The self calibration method for the redundant coordinate measuring machine is applicable to various types of 3D redundant mechanisms.

Key words: geometric calibration, kinematic calibration, coordinate measuring machine, laser tracker, redandunt coordinate measuring machine, self caalibration

1.　緒　　言

三次元機構を座標測定機として使用するためには，順運動学によりプローブの座標値が得られることが必要である．そのためには，順運動学解を得るために必要なパラメータを校正作業により求めなければならない．前報[1]では，校正の対象となるパラメータの従来の分類方法[2)~5)]に対して，運動学校正を「その機構の要素が幾何学的に誤差のない形状と見なせ，案内が完全である場合に，その機構の運動学を記述するのに必要な寸法パラメータ（長さ，位置および角度）を求める」と定義した．

従来の座標測定機の校正に関する研究では，直交系の座標測定機に関するもの[6)~8)]が中心で，他の三次元機構に関する研究[9)10)]はあまり行われていない．座標測定機を校正する場合には，大きな測定空間を校正できるような外部測定機を使えないことが多いためと，トレーサビリティを確保する必要があることから，アーティファクトによる校正が重要となる．前報では，アーティファクトを使ったアーティファクト校正による運動学校正の方法について，理論的な検討を行い，最小二乗法について数学的に記述した．また，校正したパラメータの不確かさ[11)~13)]についても検討した．

本報では，アーティファクト校正の特別な場合として，冗長性を持つ座標測定機の自己校正について検討する．冗長性を持つ座標測定機は，測定の自由度および測定範囲を広げる目的や自己校正によってパラメータの校正を簡単に行う目的で使用される．

以下の検討では，理解が容易になるように二次元平面で考えるが，三次元への拡張は簡単である．**図 1** は，冗長性を持つ 2 次元座標測定機のいくつかの例を示している．（a）は，2 次元 2 辺測量の例で，冗長性を出すために 3 つのレーザトラッカを配置し，キャッツアイまでの距離から座標を測定する．（b）は，2 つのカメラ（2 次元的なカメラ）とレーザスキャナによる座標測定手法で，3 つの角度測定システムによる座標測定と考えることができる．（c）は，3 つの回転関節による 2 次元 3 自由度多関節機構である．

図 1 の（a）および（b）は，1 つの校正点に対して複数のセンサが集まるような形になって，校正点に対して複数の順運動学が存在する．一方，（c）は，つながった腕が最終的に 1 つの校正点を測定する形で，自由度が多いために校正点を複数の姿勢で測定できる．これらの 2 種類の冗長性を持った座標測定機のそれぞれの数学的な取り扱いは異なる．後者の座標測定機の校正は，閉ループを作って自己校正を行う場合[14)]で，前報で示した座標測定機のアーティファクト校正において，1 点を与えるアーティファクトを使用したのと等価である．そこで，本報では前者のような 1 つの座標を複数の順運動学解で計算できるような冗長性を持った座標測定機を「冗長座標測定機」と呼び，冗長座標測定機の自己校正について検討する．

2.　冗長座標測定機の順運動学

冗長座標測定機では，同じ座標に対して複数センサによる複数の順運動学が得られる．2 次元座標で考えると，センサ出力が k 個あるとその中の 2 個のセンサから順運動学が計算できるため，2 個を選び出す ${}_kC_2$ 個の組み合わせがあり，それぞれの組み合わせに対応する順運動学の式は異なる．今後は冗長座標測定機の例として，図 1（a）の 3 つのレーザトラッカを取り上げ，その自己校正方法を考える．

まず，レーザトラッカ 1, 2 および 3 の座標をそれぞれ (0, 0), (bx_2, 0)，(bx_3, by_3) とする．また，レーザトラッカの測長距離

*　原稿受付　平成 15 年 9 月 18 日

**　正 会 員　東京大学大学院工学系研究科（東京都文京区本郷 7-3-1）
***　学生会員　東京大学大学院工学系研究科
†　学生会員　東京電機大学大学院工学研究科
‡　正 会 員　東京電機大学工学部（東京都千代田区神田錦町 2-2）

を l_1，l_2，l_3 とし，それぞれのオフセットを d_1，d_2 および d_3 とする．運動学校正において，求めるパラメータは bx_2，bx_3，by_3，d_1，d_2，d_3 6 つとなる．

この例では，普通はレーザトラッカの測長距離の誤差を最小にするように最小二乗法を適用する [15)16)]．ここでは，自己校正の手法を一般化して，他の冗長座標測定機にも対応するために，順運動学で計算された座標値の誤差を最小にするように最小二乗法を適用する．計算結果は求めるパラメータの値，その分散共分散を含めて完全に一致する．

この座標測定機の順運動学を $\mathbf{f}$ とすると，3 つのレーザトラッカの測定距離のどの 2 つを使うかにより 3 つの順運動学 $\mathbf{f_a}$，$\mathbf{f_b}$ および $\mathbf{f_c}$ が存在する（式 (1)）．$\mathbf{f_a}$ は l_1 と l_2，$\mathbf{f_b}$ は l_2 と l_3，$\mathbf{f_c}$ は l_3 と l_1 から座標値を計算する．順運動学を表すパラメータ $\mathbf{p}$ とエンコーダの読み $\mathbf{q}$ は，それぞれの計算では一部しか使わないが，共通のベクトルとして考える．

$$
\begin{aligned}
\mathbf{x_a} &= \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{ax}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \\ f_{ay}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \end{pmatrix} = \mathbf{f_a}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \\
\mathbf{x_b} &= \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{bx}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \\ f_{by}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \end{pmatrix} = \mathbf{f_b}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \\
\mathbf{x_c} &= \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{cx}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \\ f_{cy}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \end{pmatrix} = \mathbf{f_c}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \\
\mathbf{p} &= (bx_2, bx_3, by_3, d_1, d_2, d_3)^t \\
\mathbf{q} &= (l_1, l_2, l_3)^t
\end{aligned}
\tag{1}
$$

3. 冗長座標測定機の自己校正

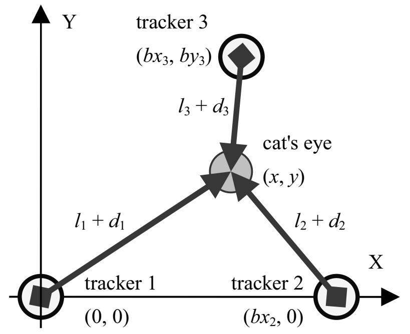
式 (2) は，前報で示したアーティファクト校正の基本となる順運動学の式である．測定機座標系をアーティファクト座標系へ変換するための平行移動と回転を $\mathbf{r}$ とすると，$\mathbf{F}$ は $\mathbf{r}$ を含んだ順運動学である．ここで，i はアーティファクトの持つ校正点の数に対応し，j はアーティファクトの位置や姿勢の数に対応する．

$$
\mathbf{W}_{ij} = \mathbf{F}(\mathbf{p},\mathbf{q}_{ij},\mathbf{r}_j) = \mathbf{F}_{ij} \tag{2}
$$

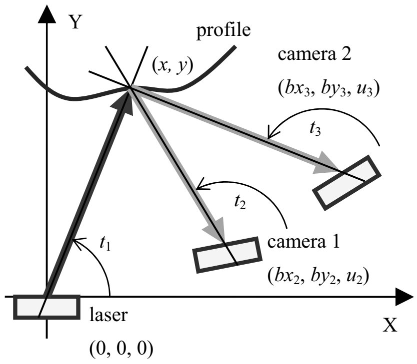
レーザトラッカの例では，校正点はキャッツアイの座標の 1 つであるので i は不要となる．$\mathbf{W}_{ij}$ はアーティファクト座標系における校正点の座標を示す．また，$\mathbf{r}$ ではキャッツアイの中心座標への平行移動だけで，回転は含まない．

式 (1) では，3 つの順運動学に対応した 3 つの校正点が得られる．それぞれの座標値は XY 座標を持つので，値としては 6 つの値（x_a，y_a，x_b，y_b，x_c，y_c）が得られる．しかし，エンコーダの値は 3 つ（l_1，l_2，l_3）のため，独立しているのはこのうち 3 つである．そこで，測定値として最低 3 つ使えば校正を行うことができる．3 つの測定値を使う場合は，求めたいパラメータへの伝播の関係を考慮して，3 つを選択する必要がある．今回の例では，2 つの X 座標と 1 つの Y 座標を選択すればよい．以下の説明では測定値として（x_a，y_a，x_b）を選択する．4 つ以上を選択した場合には，測定誤差の分散共分散行列が従属になるため，逆行列でなく擬似逆行列を使う必要があるが，結果は 3 つの測定値を利用した場合と完全に一致する．

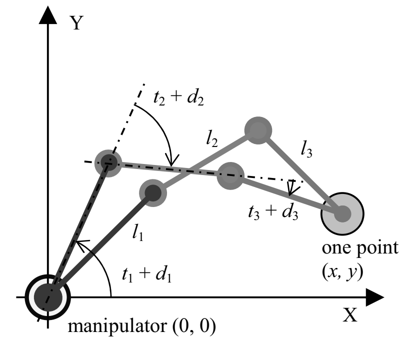
以上を考慮して，冗長座標測定機におけるアーティファクトによる自己校正のための順運動学を式 (3) のように表現できる．



(a) 3 laser trackers measure coordinate of cat's eye



(b) Laser scanner and 2 cameras measure profile



(c) 3DOF articulating measuring machine measure one point artifact

Fig. 1 Examples of coordinate measuring with redundancy in two dimensional space

$$
\begin{aligned}
\mathbf{W}_j &= \mathbf{F}_j = \mathbf{F}(\mathbf{p},\mathbf{q}_j,\mathbf{r}_j) = \begin{pmatrix} f_{ax}(\mathbf{p},\mathbf{q}_j) - x_j \\ f_{ay}(\mathbf{p},\mathbf{q}_j) - y_j \\ f_{bx}(\mathbf{p},\mathbf{q}_j) - x_j \end{pmatrix} \\
\mathbf{r}_j &= (x_j, y_j)^t \\
\mathbf{p} &= (bx_2, bx_3, by_3, d_1, d_2, d_3)^t \\
\mathbf{q}_j &= (l_{1j}, l_{2j}, l_{3j})^t
\end{aligned}
\tag{3}
$$

4. 最小二乗解の計算

ここで，(x_j, y_j) は j 番目の校正点におけるキャッツアイの座標値である．この座標値がアーティファクト校正におけるアーティファクト座標系を表すパラメータとなる．1 つの測定において，座標値を新しいパラメータとして追加しながら，最小二乗法を構成すれば，自己校正が行える．1 回の測定で，1 つだけ余分な式が得られるので，6 つのパラメータを求める

には 6 回以上の測定が必要となる．基本的な最小二乗法の手法[17)18)]は，前報と同じで，ヤコビ行列 **A**，誤差行列 **S**，測定値行列 **b** により非線形最小二乗法が構成できる．

4.1 ヤコビ行列の計算

ヤコビ行列 **A** は，式（4）で計算できる．**r** に関する偏微分は，単なる平行移動だけなどで，0 か 1 の簡単な定数となる．

$$\mathbf{Ap}_j = \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \mathbf{p}}$$
$$\mathbf{Ar}_j = \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \mathbf{r}_j} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{4}$$
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{Ap}_1 & \mathbf{Ar}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{Ap}_2 & 0 & \mathbf{Ar}_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \mathbf{Ap}_m & 0 & \cdots & 0 & \mathbf{Ar}_m \end{pmatrix}$$

4.2 誤差行列の計算

誤差としては，測長距離 l_1，l_2 および l_3 にそれぞれ，独立で標準偏差 s_l を持つ偶然誤差を考える．実際には，距離によって誤差の大きさは変化するかも知れない．その場合は，s_l を距離の関数として定義すればいい．また，測定空間の温度分布やキャッツアイの方向誤差などの影響で，誤差間に相関がある場合も考えられる．その場合は，相関が分かればそれを考慮すればいい．簡単のため，測定距離の誤差は，距離には無関係でレーザトラッカの相関はないと考える．

式（5）で，$\mathbf{S}_j$ は j 番目のアーティファクトの測定に対応する分散共分散行列である．これを対角に並べることで誤差行列 **S** を計算できる．$\mathbf{S}_j$ の計算では，x_a，y_a，x_b の分散と共分散を計算する．計算式の一部として，x_a の分散，x_a と y_a の共分散および x_a と x_b の共分散の計算式を式（6）～（8）に示す．その他の計算も偏微分により機械的に計算できる．

式（6）に示した x_a の分散の計算で，x_a の計算に l_3 は使わないので，l_3 による偏微分の項は零となり l_1 と l_2 の項に関係した分散が残る．共分散には 2 種類ある．1 つめは式（7）に示した，同じ測定値における X 座標と Y 座標の共分散である．この場合，x_a と y_a の共分散では，l_1 と l_2 がそれぞれ誤差を持っているので，計算される X 座標と Y 座標の誤差は互いに相関を持つ．2 つめは式（8）に示した，別々の測定値間の共分散である．別々な測定値においても共通した測定距離を使っていれば相関を持つ．x_a と x_b の共分散では，両方に共通な測定距離である l_2 を使っているため，この項だけが有効である．

$$\mathbf{S}_j = \begin{pmatrix} s_{x_a}^2 & s_{x_a y_a} & s_{x_a x_b} \\ s_{x_a y_a} & s_{y_a}^2 & s_{y_a x_b} \\ s_{x_a x_b} & s_{y_a x_b} & s_{x_b}^2 \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 & 0 & \cdots \\ 0 & \mathbf{S}_2 & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix} \tag{5}$$

$$s_{x_a}^2 = \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_1}\right)^2 s_l^2 + \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_2}\right)^2 s_l^2 + \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_3}\right)^2 s_l^2$$
$$= \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_1}\right)^2 s_l^2 + \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_2}\right)^2 s_l^2 \tag{6}$$

$$s_{x_a y_a} = \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_1}\frac{\partial y_a}{\partial l_1}\right) s_l^2 + \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_2}\frac{\partial y_a}{\partial l_2}\right) s_l^2 + \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_3}\frac{\partial y_a}{\partial l_3}\right) s_l^2$$
$$= \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_1}\frac{\partial y_a}{\partial l_1}\right) s_l^2 + \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_2}\frac{\partial y_a}{\partial l_2}\right) s_l^2 \tag{7}$$

$$s_{x_a x_b} = \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_1}\frac{\partial x_b}{\partial l_1}\right) s_l^2 + \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_2}\frac{\partial x_b}{\partial l_2}\right) s_l^2 + \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_3}\frac{\partial x_b}{\partial l_3}\right) s_l^2$$
$$= \left(\frac{\partial x_a}{\partial l_2}\frac{\partial x_b}{\partial l_2}\right) s_l^2 \tag{8}$$

4.3 測定値ベクトルの計算

測定値ベクトル **b** は，測定値とアーティファクトに値付けられた校正値との差である．キャッツアイの座標に平行移動した後の校正値はすべて零なので，平行移動した測定値がそのまま測定値ベクトルとなる．

5. 計算例とその評価

5.1 計算条件

3 つのレーザトラッカを利用した，座標測定機の自己校正として，以下の例を対象にシミュレーションを行った．まず，レーザトラッカ 1，2 および 3 の位置（単位は mm）をそれぞれ (0, 0)，(100, 0)，(50, 100) とする．測定誤差としては，レーザトラッカの測長距離の誤差だけを考え，標準偏差で 1 μm の正規分布を示す誤差を与えた．

3 つのレーザトラッカが作る三角形の 2.5 mm 内側を測定範囲として，キャッツアイを測定範囲内に 10 mm 間隔，5 mm 間隔，2.5 mm 間隔， 2mm 間隔の格子点上に移動させ，校正に利用する校正点とした．校正点の数は，それぞれ 41 個，181 個，722 個，1058 個となった．

5.2 校正結果とパラメータの不確かさの評価

前報で示したように校正したパラメータの不確かさは，誤差伝播[18)]により求めることができる．式（9）は，測定値が含む誤差からパラメータの推定値への誤差伝播の式である．ここで $\mathbf{S}_p$ はパラメータの分散共分散，$\mathbf{S}_r$ はアーティファクト座標系への変換パラメータの分散共分散，$\mathbf{S}_{pr}$ はそれぞれのパラメータの共分散を表す．$\mathbf{S}_p$ により，各パラメータがどのくらいの不確かさで校正されたかを評価することができる．

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S}_p & \mathbf{S}_{pr} \\ \mathbf{S}_{pr} & \mathbf{S}_r \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^t \mathbf{S}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \tag{9}$$

表 1 は，校正点の数を 41 個から 1058 個に変化させた場合の 6 つのパラメータの誤差（標準偏差）の平均値と最大値を示す．**表 2** には，校正点が 722 点の場合の 6 つのパラメータの標準偏差と相関係数を示している．表の対角成分がパラメータの標準偏差で，1.6 μm から 2.7 μm となっている．相関係数は，bx_3 と d_1 および by_3 と d_3 では，0.9 に近い大きな値となっていて，校正したパラメータに大きな相関が残っていることを示している．

5.3 校正後の測定点の不確かさの評価

校正後の測定点の評価は，求めたパラメータ推定値の分散共分散行列 $\mathbf{S}_p$ の測定点への伝播 $\mathbf{S}_m$ およびレーザトラッカの測長誤差の測定点への伝播 $\mathbf{S}_q$ により計算できる．評価したい座標に対応したヤコビ行列を $\mathbf{A}_p$ とすると，式（10）によって，測定値が持つ分散共分散 $\mathbf{S}_{mq}$ を計算できる．3 つの順運動学に対応した測定点において，それぞれ XY 座標が得られ全部で 6 つの座標値が計算されるので，$\mathbf{S}_{mq}$ をは 6×6 の

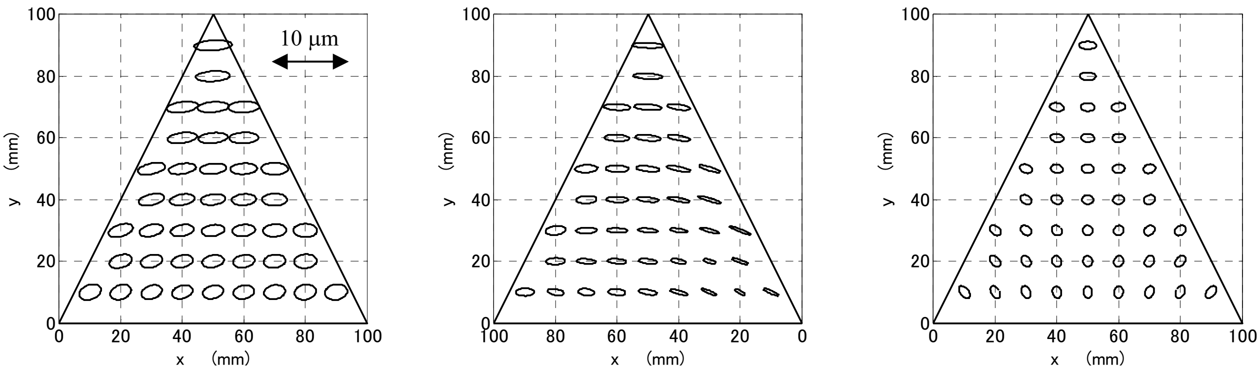


Fig. 2 Error ellipse (size multiplied 2000) of position errors by total errors, from parameters and from laser trackers: no. of calibration points = 722

行列となる．

$$\mathbf{S}_m = \mathbf{A}_p \mathbf{S}_p \mathbf{A}_p^t$$
$$\mathbf{S}_q = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{q}} \right)^t s_l^2 \tag{10}$$
$$\mathbf{S}_{mq} = \mathbf{S}_m + \mathbf{S}_q$$

3 つの測定点から，よりよい推定値を計算するには，分散共分散を考慮した重みつき平均を行う必要がある．この例では，重み付き平均のためのヤコビ行列 $\mathbf{A}_{mq}$ は，式（11）のようになり，このヤコビ行列と測定値の分散共分散行列 $\mathbf{S}_{mq}$ から平均を求める係数 $\mathbf{C}$ が計算できる．その推定値の分散共分散行列 $\mathbf{S}_c$ も同様に計算できる．

$$\mathbf{A}_{mq} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t$$
$$\mathbf{C} = (\mathbf{A}_{mq}^t \mathbf{S}_{mq}^{-1} \mathbf{A}_{mq})^{-1} \mathbf{A}_{mq}^t \mathbf{S}_{mq}^{-1} \tag{11}$$
$$\mathbf{S}_c = \begin{pmatrix} s_{xc}^2 & s_{xyc} \\ s_{xyc} & s_{yc}^2 \end{pmatrix} = (\mathbf{A}_{mq}^t \mathbf{S}_{mq}^{-1} \mathbf{A}_{mq})^{-1} = \mathbf{C}\mathbf{S}_{mq}\mathbf{C}^t$$

校正後の測定点の分散共分散 $\mathbf{S}_c$ は，校正後の座標測定機が測定した測定点の X 座標および Y 座標の分散と共分散を示し，測定点の不確かさを示している．**図 2** は，722 点で校正した後の測定点の誤差を測定範囲内の 10 mm 間隔の位置で評価した例である．(a) は $\mathbf{S}_{mq}$ を使って式（11）より計算された分散共分散より誤差楕円を求め，2000 倍に拡大して表示したものである．三角形の各頂点にレーザトラッカが配置されて，レーザトラッカに対する測定位置により誤差の様子を見ることができる．(b) と (c) はそれぞれ，$\mathbf{S}_{mq}$ の代わりに $\mathbf{S}_q$ と $\mathbf{S}_m$ を使った場合の誤差の評価で，パラメータの誤差による測定誤差，レーザトラッカの測長誤差による測定誤差の誤差楕円を示している．この 2 つの和が (a) となる．**図 3** は図 2 (a) に対応した各点の X 座標の誤差と Y 座標の誤差の二乗和の平方根を等高線表示したものである．色が黒いほど，誤差が大きいことを示している．誤差の計算は，三角形より 2.5 mm 内側の領域に対して行った．

これらの誤差は，測定点を座標測定機の座標系で評価したものであるので，校正に使った座標系の取り方によって，値が異なる．レーザトラッカ 1 を（0, 0）に固定しているので，この付近の誤差が小さくなり，レーザトラッカ 3 の付近で誤差が大きくなる．これに対しては，本当に測定結果を評価するためには，測定によって測定物座標系をつくり，その中での相対的な位置の誤差を評価すべきである．この方法については，次報で検討する．

Table 1 Mean and max of standard deviations of parameters by no. of calibration points 41 to 1058

pitch of points	10 mm	5 mm	2.5 mm	2 mm
no. of point	41	181	722	1058
mean (μm)	9.1	4.0	2.0	1.7
max (μm)	12.5	5.5	2.7	2.3

Table 2 Standard deviations (μm) and coefficient of correlations of 6 parameters; calibration points = 722

	bx_2	bx_3	by_3	d_1	d_2	d_3
bx_2	1.7	0.3194	−0.1556	0.6068	0.6068	−0.3695
bx_3		2.7	−0.0497	0.9426	−0.5549	−0.1180
by_3			2.2	−0.0864	−0.0864	0.9735
d_1				1.6	−0.2593	−0.2191
d_2					1.6	−0.2191
d_3						2.2

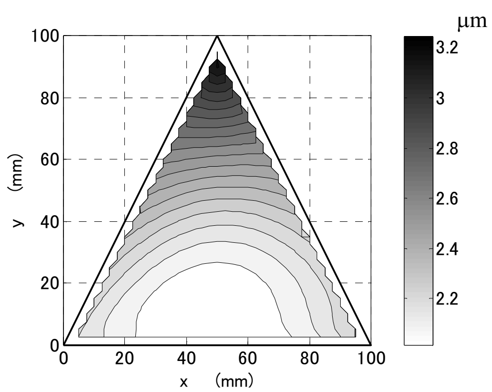
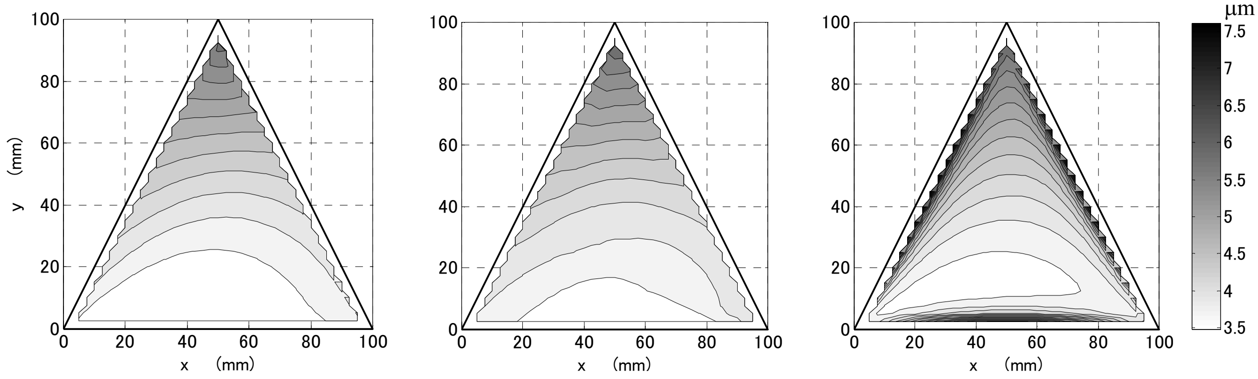


Fig. 3 Position errors after calibration: no. of calibration points = 722

5.4 測定値の平均の取り方

3 つの測定値の平均の取り方は式（11）以外にも種々考えられる．例えば，単に X 座標の 3 つの平均を計算する方法や，3 つの測定点のうち誤差の小さいものを選ぶ方法などである．

図 4 は，校正点が 181 点の場合に，これらの方法を比較した結果である．(a) は式（11）に基づいて分散共分散を考慮して平均を取った場合，(b) は 3 つの測定点のうち誤差が小さいものを選んだ場合，(c) は単純に 3 つの座標を平均した場合である．図より式 (9) の方法が最も測定誤差を小さくできることが分かる．また，単に平均を取った場合では，測定範囲の外側の端で誤差が大きくなっていることが分かる．



(a) with variance and covariance (b) select small error from 3 points (c) simple average

Fig. 4 Comparisons of 3 averaging methods: no. of calibration points = 181

6. 結　論

本論文では，三次元機構を座標測定機として用いる場合，複数の順運動学を持つ冗長な座標測定機の自己校正における理論的な定式化を行った．さらに，校正後の測定点に対する不確かさの評価手法を導出した．その結果以下のことが分かった．

(1) 座標測定機の順運動学を冗長座標測定機に拡張し，最小二乗法によって校正する方法を定式化した．

(2) 校正後の測定点の不確かさを計算する方法として，複数の測定結果を平均する方法を定式化した．

(3) この計算手法により，冗長座標測定機の自己校正における運動学パラメータの校正の理論的な手法を確立できた．

今後は，校正後の測定点の評価方法として，測定物座標系における評価方法の検討および運動学パラメータ以外の幾何パラメータの校正を行い，アーティファクト校正を確立することを目指す．

参 考 文 献

1) 高増潔，古谷涼秋，下嶋賢，佐藤理：座標測定機のアーティファクト校正（第 1 報）－運動学パラメータの校正－，精密工学会誌，**69**，6（2003）851.
2) 遠山茂樹：同次変換によるロボット・マニピュレータの誤差解析，日本ロボット学会誌，**5**，4（1987）306.
3) 石井優：最近のロボットキャリブレーション技術，日本ロボット学会誌，**15**，2（1997）164.
4) S. Hayati, K. Tso and G. Roston: Robot geometry calibration, Proc. of IEEE Robotics and Automation Conference, (1988) 947.
5) J. Ziegert and P. Datseris: Basic consideration for robot calibration, Proc. of IEEE Robotics and Automation Conference, (1988) 932.
6) 阿部誠，高増潔，大園成夫：空間座標の比較測定による CMM の校正（第 2 報）－パラメトリックエラー推定値の信頼性－，精密工学会誌，**66**，4（2000）578.
7) G. Belforte et al.: Coordinate Measuring Machines and Machine Tools Selfcalibration and Error Correction, Ann. CIRP, **36**/1 (1987) 359.
8) H. Kunzmann et al.: A Uniform Concept for Calibration, Acceptance Test and Periodic Inspection of Co-ordinate Measuring Machines Using Reference Objects, Ann. CIRP, **39**/1 (1990) 561.
9) O. Sato, M. Hiraki, K. Takamasu and S. Ozono: Calibration of 2-DOF Parallel Mechanism, Initiatives of precision engineering at the beginning of a millennium, Kluwer Academic Publishers (2001) 734.
10) 小美濃武久，赤石庄平，石田一，鴨下隆志：多関節型三次元測定機の精度向上，精密工学会誌，**52**，8（1986）1300.
11) Guide to the expression of uncertainty in measurement, ISO, (1992).
12) 高増潔，古谷涼秋，大園成夫：座標計測における形体パラメータの信頼性，精密工学会誌，**63**，11（1997）1594.
13) 下嶋賢，古谷涼秋，大園成夫，高増潔，平木雅彦，荒木健司：3 次元測定機の不確かさ推定に関する研究（第 1 報）－多関節型 3 次元測定機の機構パラメータの算出と不確かさ推定－，精密工学会誌，**69**，6（2003）841.
14) D.J. Bennett and J.M. Hollerbach: Autonomous Calibration of Single-Loop Closed Kinematic Chains Formed by Manipulators with Passive Endpoint Constraints, IEEE Trans. Robotics and Automation, 7, 5 (1991) 597.
15) M.C. Lee and P.M. Ferreira: Auto-Triangulation and Auto-Trilateration. Part 1. Fundamentals, Prec. Eng. 26 (2002) 237.
16) T. Takatsuji, M. Goto, A. Kirita, T. Kurosawa and Y. Tanimura: Relationship Between Measurement Error and the Arangement of Laser Trackers in Laser Trilateration, Measurement Science & Technology, **11**, 5 (2000), 477.
17) 後藤充夫：データ解析の原理とテクニック，コロナ社，(1987).
18) 中川徹，小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版会，(1982).