精密工学会誌，64（1），1998，pp.94-98

形体計測の基本概念*

高増　潔** 郭　必偉*** 古谷涼秋† 大園成夫**

Basic Concept of Feature Based Metrology

Kiyoshi TAKAMASU, GUO Bi-Wei, Ryoshu FURUTANI and Shigeo OZONO

In coordinate metrology, an associated feature (Gaussian associated feature) is normally calculated from an extracted feature which is determined by a measured data set of CMM (Coordinate Measuring Machine) using a least squares method. This data processing flow which is called as “feature based metrology” disagrees with the data processing methods in profile metrology and length measurement. The most significant difference between feature based metrology and profile metrology is quantity of a number of measured points on each measured feature. In feature based metrology, the number of measured points is very small and a data sampling strategy is a discrete sampling. On the other hand, a continuous sampling strategy to measure many continuous points is adapted to profile metrology. In this paper, the basic concept of feature based metrology is discussed in defining a feature model, calculating parameters of feature and estimating uncertainty of measurement. Three-dimensional modeling for three-dimensional feature, least squares method and statistical estimation strategy for estimating the uncertainty of the feature agree with feature based metrology. The series of simulations for the feature based metrology in statistical way directly implies that the basic concept and the basic data processing method in this paper are useful to feature based metrology.

Key words: feature based metrology, coordinate metrology, coordinate measuring machine, Gaussian associated feature, least squares method, uncertainty of measurement

1. は じ め に

座標計測においては座標測定機（Coordinate Measuring Machine）によって測定された離散的な測定点で表される抽出形体（extracted feature）からあてはめ形体（associated feature）を計算し，あてはめ形体の形体間演算によって必要な測定値である寸法，角度，位置などを計算する．国際的には，ISO/TC 213において，このような座標計測の流れを規格化することが検討されている[1) 2)]．**図 1** は，提案されている座標測定機による測定の流れである．このような計測の流れは，形体（feature）を中心に考えられているため，従来からの形状計測および寸法計測とはかなり考え方に違いがある．我々は，これを形体計測（feature based metrology）として定式化するための研究を行っている[3) ~ 7)]．

形体計測は，座標測定機を利用して機械部品を計測，評価する場合では一般的に行われている技術であり，少ない測定点で統一的に複雑な三次元形状の寸法，位置，方向，形状などのすべての要素が計測できるため，今後も重要性がますます高まることが予想できる．しかし，まだ研究的にも実用的にも不充分な点が多く，特に以下のようなことが問題となると考えている．

（1）寸法，形状偏差などの定義と測定の不確かさの関係
（2）寸法公差，幾何公差などの判定方法
（3）従来の測定との整合性および部品の機能と測定の関係

国際的な計測の流れを考慮すると，特に測定の不確かさに関しては早急にきちんとした理論的な背景を作っておく必要がある．そこで，本論文では形体計測の位置付けを行い，形体計測の中で測定の不確かさの基本的な概念を定式化することを試みる．

2. 形状計測と形体計測の比較

前項で述べたように，形体計測は従来の形状計測や寸法計測と違い，統一的に機械部品の寸法，位置，形状などを評価することができる．その一方で，測定点が少ないこと，測定の不確かさが大きいことなどから，形状計測と違ったデータ処理法が必要になる．**表 1** は，形体計測と形状計測の違いを比較したものである．この中で，形体計測の本質的な特徴は測定点が少なく，測定点が離散的なことである．形体計測では少ない測定点から機械部品の計測を行うために，形体モデルを導入している．もし，形体モデルを使わないと，測定点がない場所の形状を推定する方法はない．しかし，形体モデルを使うことで，測定点から形体パラメータを計算し，その形体モデルを測定点の位置の外側へ外挿することで，例えば 2 平面の交線の方向と位置とか，円筒面の軸と平面の交点の位置などの実際には測定していない，もしくは測定できない形体要素も計算することができる．

また，次項で検討するように，形体モデルの信頼区間は誤差の伝播を利用して計算することができる．このような計算においては，形体モデルはできるだけ単純で等方的なモデルが適している．実際の機械加工との対応を考えると，直接測定できる

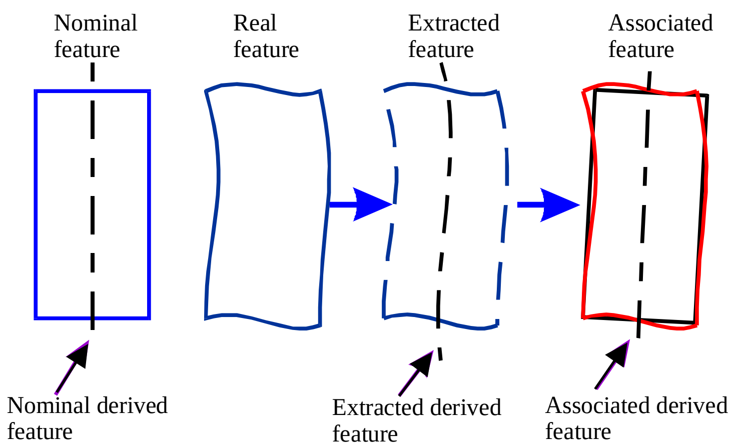


Fig. 1 Data processing flow in feature based metrology[1)]

＊ 原稿受付 平成 9 年 8 月 13 日
＊＊ 正 会 員 東京大学大学院工学系研究科（東京都文京区本郷 7-3-1）
＊＊＊ 学生会員 東京大学大学院工学系研究科
† 正 会 員 東京電機大学工学部（東京都千代田区神田錦町 2-2）

Table 1 Comparison of feature based metrology and profile metrology

	Feature based metrology	Profile metrology
Number of measured points	small (10–20 in 3D)	many (1000–10000 in 3D)
Uncertainty of measured points	large	small
Density of measured points	low (discrete sampling)	high (continuous sampling)
Data processing	extrapolate least squares method	filtering
Objects of measurement	parameters of feature	profile
Model of feature	yes	no

三次元形体の形体モデルとして，平面，円筒面，球面，円すい面，二次曲面，トーラス面などを扱い，また，形体間演算の結果として点, 直線, 円, 楕円, 二次曲線などを扱うことになる．

座標測定機の測定精度は, 絶対的な測定を広い範囲にわたって行うことを中心に考えられているため, 相対的にはそれほどよくない場合もある．また，離散測定では，測定点の間隔が形体の形状の相関長より大きく離れていると考えられるので, 測定点間に相関がないと考えられる．このような条件では，一点測定の不確かさの影響を無視することはできない. 測定の不確かさの影響および計算方法については，次項で検討する．

3. 形体計測における各手法の検討

3.1 形体の計算手法（最小二乗法と最小領域法）

前項で検討した条件を考えて, 形体計測ではどのような計算手法を使用するのが適しているかの検討を行う. ISO および JIS において，寸法測定には二点法を使うこと，形状偏差の定義は最小領域法で行うこと, データムシステムでは外接法を使うことなどが決められている. また, 真円度の計測には最小領域法, 最大内接法，最小外接法，最小二乗法などが使われている．これらの手法は，実際の機械部品の機能，測定手法の限界などから決められているが, 計算機を利用して一連の計算を統一的に行うことを考えると, 種々の手法をばらばらに適応させるには問題がある．

最小領域法，内接法，外接法などは，実際の接触状態を前提に形体を決定している．しかし，前項の特徴のように形体計測においては，測定点の数は少ない．このため二つの形体が実際に接触する場所を測定点として得るかどうかは, 偶然に任せることになる. また, 測定点をある程度たくさん取れたとしても, 測定点間の相関以上に十分細かく測定点が取れないと, 接触に必要な出っ張った場所を, 常に測定することはできない. また, 測定点が少ない場合や測定形状が凸面の場合などでは, 計算された形体パラメータの一意性にも問題がある．

直線形体のモデルを座標測定機で測定した場合についてシミュレーションを行った. 正規分布を持つランダムな誤差を与えた直線形体に対して，n 点の測定点を等間隔に取って測定した場合における，傾きパラメータの標準偏差 S_a を計算した．**図 2** は, 測定点の数と計算された傾きパラメータのばらつきとの関係を示している. 最小領域法による計算結果はばらつきが大きいことが分かる. また, 最小二乗法におけるこのような関係は, 統計的に簡単に推定できるが，最小領域法に関しては，統計的な関係がはっきりしていない [8)～10)]．

次に，測定の不確かさの影響について考えてみる．測定の不確かさが無視できるくらい小さい場合には, 最小領域法などの計算は意味があるが，反対に測定の不確かさが大きく，形状精

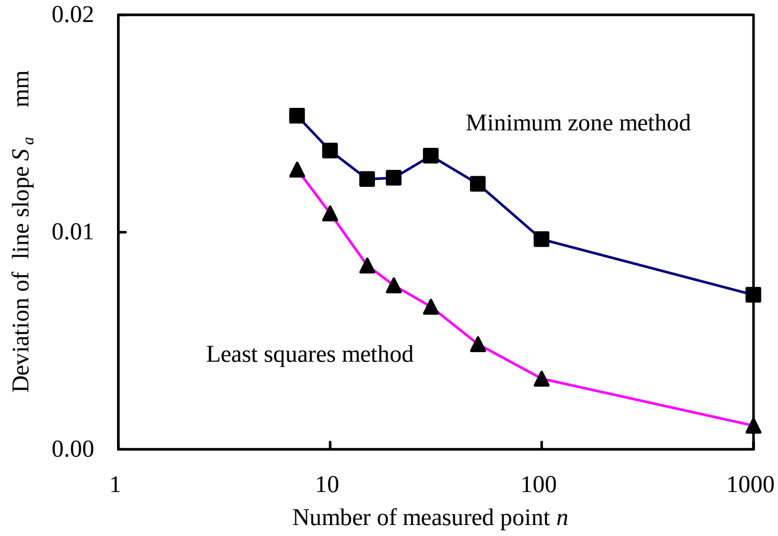


Fig. 2 Relationship between deviation of line slope S_a and number of measured point n with minimum zone method and least squares method

度が比較的小さい場合には, 最小領域などの接触法で使用される測定点は，測定誤差が大きい測定点となり，接触法を利用する意味がなくなる．最小二乗法では，測定の不確かさの影響についても統計的な検討を行うことができる（3.4 項を参照)．しかし，最小領域法などでは，測定の不確かさの影響などが統計的に明らかになっていない．これらのことより，形体計測における形体パラメータの計算には最小二乗法が適していると考えられる．

3.2 形体モデルの決定方法

形体計測では, 形体モデルが分からないと形体の計算ができないため, 形体モデルを決定することが重要となる．形体モデルを決定するということは，測定対象の三次元形体が平面，円筒面，球面，円すい面，二次曲面，トーラス面などのどれかであるかを決めることである．

形体モデルを測定点からだけ決定できるとすれば, そのほうがよい．そこで，測定点から形体モデルを決定する方法について検討してみる．簡単のために二次元平面で測定点を考える．**図 3** は，二次元面内で三次曲線 $y=0.01x^3-0.15x$ に正規分布の誤差を与えた曲線を測定した場合を示している．図 3（a）は, 測定点が高密度でかつ各測定点の不確かさが小さい場合（測定点の数 101，誤差の標準偏差 0.1）を，図 3（b）は，測定点が低密度でかつ不確かさが大きい場合（測定点の数 6，誤差の標準偏差 0.5）を示している．それぞれに対して，二次曲線および三次曲線で最小二乗法により近似している. 図から分かるように，測定点が多い場合には，近似は無理なく行えるが，測定点が少ない場合にはどの近似が正しいかの判断は難しい．

表 2 は測定点を一次曲線から四次曲線で近似し最小二乗法によって決定した係数の値を示している. どのモデルが正しいかは，各測定点の不確かさが分かっていれば，形体モデルからの偏差の標準偏差が自由度 $n-m$（測定点の数 n，形体パラメータの数 m）の χ^2 分布に従うことから χ^2 検定によって評価することができる．表 2（a）（図 3（a）と対応）からは，この方法により三次曲線のモデルが適していることが分かるが, 表 2(b)（図 3（b）と対応）では，自由度が小さい（測定点が少ない）ためどのモデルも棄却することはできない．

このように，形体モデルを測定点から推定するには，測定の不確かさが小さく多くの測定点があることが必要である．この条件は前述した形体計測の条件から外れるため, 形体計測では形体モデルを測定点から推定することは一般に難しいことが分

かる．形状計測では，上記の条件が満たされるために測定点からモデルを推定することは可能である．

3.3　一点測定の不確かさ

座標測定機でプロービングされた測定点の座標は，温度補正，スケールの補正，プローブ径の補正などの系統誤差の補正を経て，独立した座標点へ変換される．このとき，それぞれの測定点は測定の不確かさを持っている．この測定の不確かさは，系統誤差のうち補正できなかったものや，プロービングシステムの繰返し誤差および形状偏差などによって構成されている．形体 f_j 上に n_j 点の測定点を取り，各測定点 t_{ij}（$i = 1 - n_j$）がそれぞれ測定の不確かさ s_{ij} を持っているとして，各測定点の測定の不確かさについて検討する．

一般的には，直交座標系を持つ座標測定機およびプローブシステムなどのハードウェアに依存する測定の不確かさ s_h は，測定場所によらずほぼ一定になるように系統的な誤差が補正されている．測定点の間隔が広ければ，s_h は互いに相関がないランダム誤差の成分を持つ．また，形状偏差に関しては，形体と形体モデルの差が大きく低周波成分を多く持つ場合には，これを形体モデルに組み込むことが望ましい．このようにすれば，形体モデルに依存する測定の不確かさ s_f は，互いに相関がなく測定対象となる形体で決まる値となる．以上の条件では，ある形体 f_j 上の測定点 t_{ij} の測定の不確かさ s_{ij} は一定値 s_j で，

$$s_{ij} = s_j = \sqrt{s_h^2 + s_f^2} \tag{1}$$

となる．

形体 f_j に対する各測定点の測定の不確かさ s_j を測定点から推定することが望ましい．ひとつの形体上にたくさんの測定点があるときには，各測定点の偏差の標準偏差を各測定点の不確かさとすることができる．しかし，測定点が少ない場合には標準偏差のばらつきが大きく不確かさとして利用することは難しい．

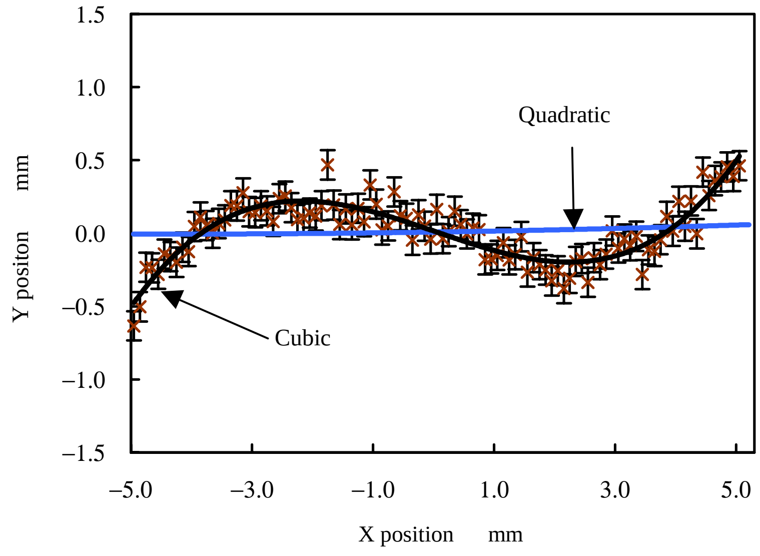
そこで，一般的にはあらかじめ座標測定機のハードウェアに由来する測定の不確かさ s_h および各形体の形状偏差に由来する不確かさ s_f を調べておく必要がある．s_h は使用する座標測定機，使用するプローブおよび環境条件などから実験的に求めることができる．また，s_f も同様に対象となる機械部品の加工機械，加工条件などより推定することができる [4]．

3.4　形体の信頼性の評価

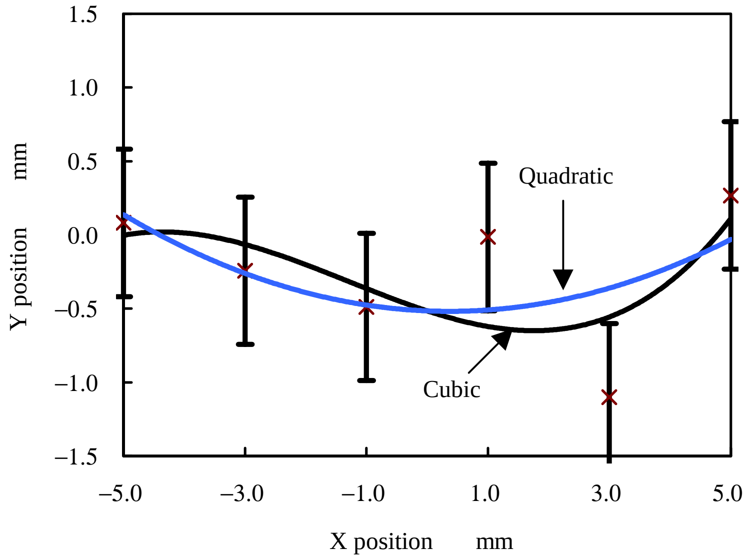
形体計測においては，形体モデルを測定点から求めることが難しいことが分かった．そこで，一般には，図面に表現された実形体（nominal feature）を形体モデルとして使うことが実用的である．

形体モデル f_j および一点の測定の不確かさ s_j が求まれば，測定点から計算される形体パラメータおよび形体の位置の信頼区間は，誤差伝播の法則を最小二乗法にあてはめることで求めることができる．詳細は別の論文 [6), 8), 11)〜13)] にゆずるが，式 (2) の関係が，観測方程式，正規方程式，最小二乗解の間にある．ただし，$\mathbf{A}$ は形体モデルによるヤコビ行列，$\mathbf{d}$ は測定値ベクトル，$\mathbf{p}$ は形体パラメータベクトル，$\mathbf{S}$ は測定値の誤差行列，$\tilde{\mathbf{A}}$ は $\mathbf{A}$ の転置行列を表す．

$$\left.\begin{array}{ll} \text{観測方程式：} & \mathbf{d} = \mathbf{A}\mathbf{p} \\ \text{正規方程式：} & \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{p} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{d} \\ \text{最小二乗解：} & \mathbf{p} = (\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{A})^{-1}\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{d} \end{array}\right\} \tag{2}$$



(a)　Approximate quadraric and cubic curves by high density measured point (number of data is 101 and standarad deviation is 0.1)



(b)　Approximate quadratic and cubic curves by low density measured point (number of data is 6 and standard deviation is 0.5)

Fig. 3　Approximate curves of measured profile which is generated by cubic equation ($y = 0.01\,x^3 - 0.15$) with random errors

Table 2　Coefficients of measured profile by least squared method for approximate linear, quadratic, cubic and 4th equations

(a)　High density measured point (Fig. 3 (a))

Equation	Coefficient					Standard deviation
	0	1st	2nd	3rd	4th	
Linear	0.0144	0.0063				0.2121
Quadratic	0.0086	0.0063	0.0007			0.2131
Cubic	0.0086	−0.1417	0.0007	0.0097		0.0949
4th	0.0117	−0.1417	−0.0005	0.0097	0.0001	0.0953

(b)　Low density measured point (Fig. 3 (b))

Equation	Coefficient					Standard deviation
	0	1st	2nd	3rd	4th	
Linear	−0.2496	−0.0167				0.5467
Quadratic	−0.5152	−0.0167	0.0228			0.5434
Cubic	−0.5152	−0.1345	0.0228	0.0058		0.7449
4th	−0.1588	−0.1345	−0.0967	0.0058	0.0044	0.5807

ここで，誤差行列 $\mathbf{S}$ の対角要素は各測定点の測定の不確かさ（分散）が入り，非対角要素には測定点間の相関に基づく共分散が入る．前項までの検討によれば，同じ形体を測定している

場合，測定の不確かさはすべて一定であり，また，測定点間の相関もないとすると，**S** は式（3）で表現できる（**U** は単位行列である）．

$$\mathbf{S}=\begin{pmatrix} s_j^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & s_j^2 \end{pmatrix}=s_j^2\mathbf{U} \tag{3}$$

このとき，形体パラメータの誤差行列 $\mathbf{S}_p$ および計算値の誤差行列 $\mathbf{S}_m$ は式（4）および（5）によって求められる．

$\mathbf{S}_p$ の対角成分は，計算された各形体パラメータの持つ測定の不確かさの分散を，$\mathbf{S}_m$ は形体上の任意の位置における最小二乗形体の信頼性の幅の分散を示す．式（4）は，測定値の誤差からパラメータの誤差への誤差の伝播で，式（5）はパラメータの誤差から計算値の誤差への誤差の伝播である．

$$\mathbf{S}_p=(\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{A})^{-1} \tag{4}$$

$$\mathbf{S}_m=\mathbf{A}\mathbf{S}_p\tilde{\mathbf{A}} \tag{5}$$

図 4 は，平面形体を○印で示す 12 個の測定点で測定し，各測定点が 1.0 の測定の不確かさを持っている場合における，計算した平面形体の信頼性の幅を示している．真中の平面が計算された最小二乗平面であり，上下の曲面がそれぞれ形体の信頼性の幅を示している．このように，測定された形体の信頼性の幅を統計的に推定することができる．同様に，測定範囲の外側についても形体モデルを外挿することで信頼性の幅を推定することができる．

直線形体に対して少し低周波成分（三次曲線）を持つ形状偏差が加わっている場合の，形体モデルの外挿について検討を行う（**図 5** 参照）． 11 個の測定点を図 5（a）は直線で，図 5（b）は三次曲線で近似している．各測定点に対しては，三次曲線のモデルのほうがよい一致を示す．しかし，信頼性の幅について見ると，測定点の外側では，直線の場合は二次関数のルートで信頼性の幅が増加するのに対して，三次曲線の場合は六次関数のルートで増加するため，非常に大きな値となる．

この場合も形体モデルを決定するときと同様に，少ない測定点で測定の不確かさが大きい場合には，形状偏差をどのような曲線で近似したらよいかを判断することは難しい．また，形体を測定区間の外側に外挿することを考えると，次数の大きい複雑な関数で形体モデルを作ることは難しく，一般的には意味がないことになる．

3.5　形体間演算の方法

前項の方法で，測定された各形体の形体パラメータの不確かさおよび信頼性の幅が計算できた．この値を利用して形体間演算によって計算される形体要素に対しても，その信頼性の幅を計算することができる．計算の詳細については別論文 [5) 11)] にゆずるが，式（6）は 2 つの平面形体の交線として計算される直線形体の持つ信頼性の幅を計算する式の例である．二平面の交線の位置におけるそれぞれの信頼性の幅 s_1，s_2 および 2 つの平面のなす角 α より交線の信頼性の範囲を円に近似して，その円の半径（信頼性の幅）s_s が計算できる（**図 6** 参照）．

$$s_s=\frac{\sqrt{s_1^2+s_2^2}}{\sin\alpha} \tag{6}$$

このような計算は，その他の形体間演算に対しても定義することができるので，形体間演算によって計算される形体に，測定の不確かさからの信頼性の幅を与えることができる．

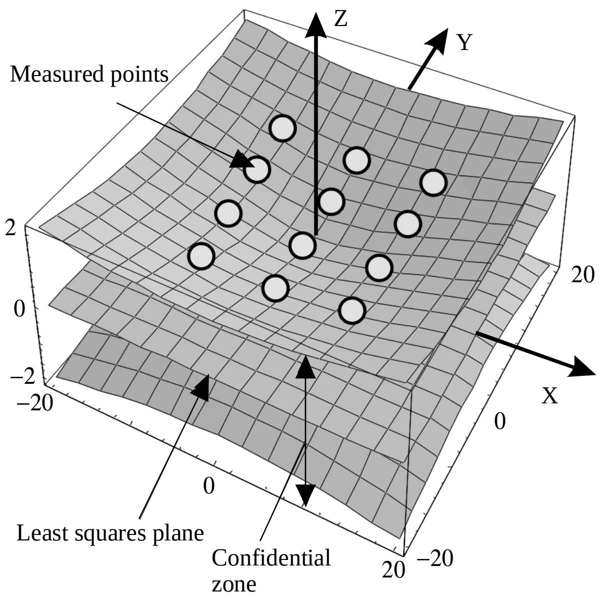
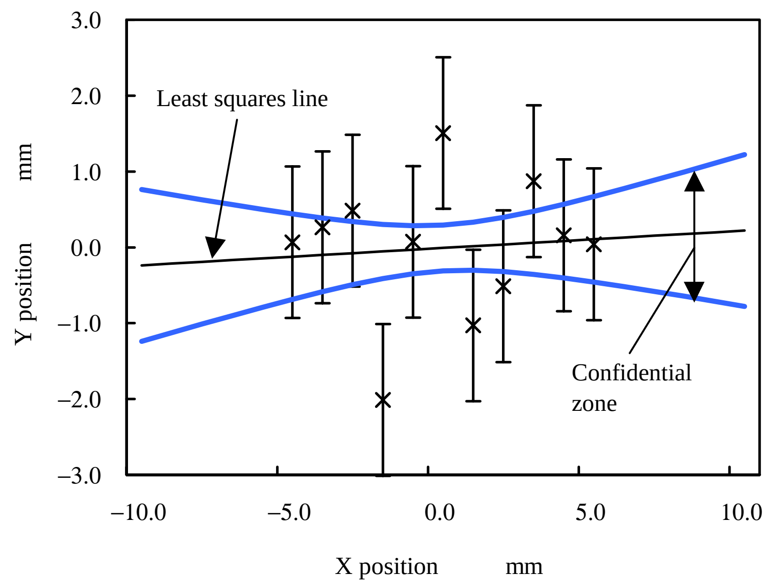
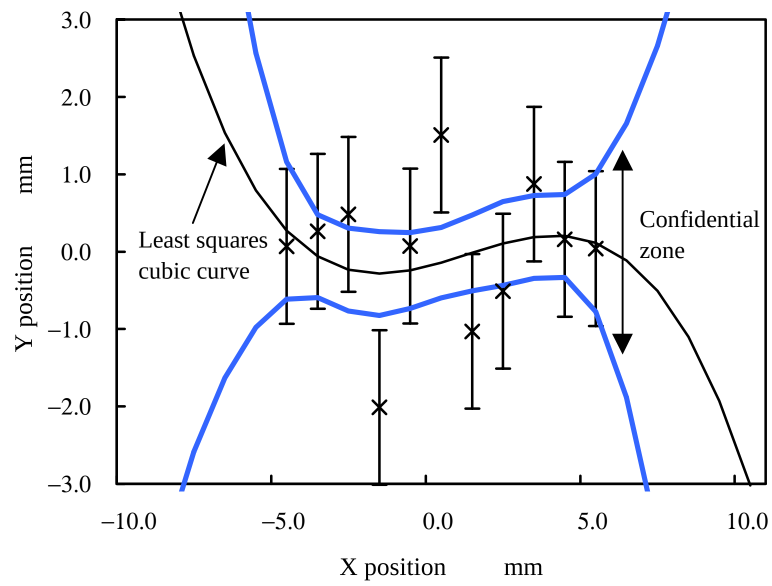


Fig. 4　Confidential zone of measured plane (number of measured points is 12 and standard deviation of each measured point is 1.0)



(a)　Confidential zone of approximate (least squares) linear equation



(b)　Confidential zone of approximate (least squares) cubic equation

Fig. 5　Extrapolation of feature by approximate of (a) linear equation and (b) cubic equation (number of measured point is 11 and standard deviation is 1.0)

4.　形体計測の構成

形体計測における各要素に適応する手法について，3 章において検討した，形体計測は次の 5 つの段階によって，測定の不

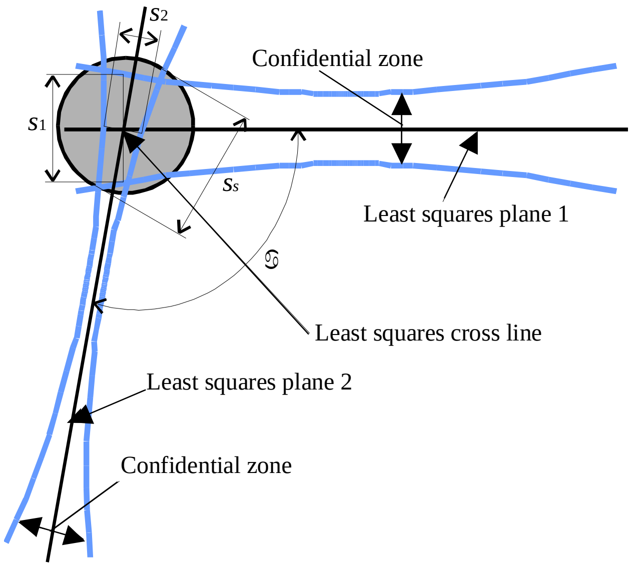


Fig. 6 Confidential zone of cross line s_s by two plane features with confidential zones s_1 and s_2 of cross angle α

確かさを含めてデータ処理を行うことができる．

（1）各形体をいくつかの離散的な点で測定する．

（2）各形体の形体モデルを図面情報により決定する．

（3）形体モデルを利用して最小二乗法により形体パラメータおよびその信頼性の幅を計算する．

（4）形体間演算によって交線, 交点などの位置および信頼性の幅を計算する．

（5）得られた結果（寸法, 位置, 方向およびその信頼性の幅）を図面と比較して評価する．

5. まとめと今後の展望

本論文では，座標測定機を使って機械部品を測定，評価する場合における形体計測の位置付けを行い, 形体計測における問題点を整理した．また，形体計測における各形体の測定の不確かさの導出方法の定式化を行い，以下の結論が得られた．

（1）形体計測には最小二乗法による計算が適していることを示した．

（2）形体モデルを測定点だけから決定することが難しいことを示し，モデルは簡単なほうが，形体間演算や測定の不確かさ解析に利用しやすいことを示した．

（3）一点測定の不確かさの意味付けを行い, その導出方法を定式化した．

（4）測定点から形体を計算する場合の形体パラメータの信頼性評価の方法を紹介した．

（5）形体間演算における測定の不確かさの計算方法を紹介した．

以上の検討より, 形体計測の基本的な概念が構成できたと考えている．このような基本構成から今後の検討課題としては, 以下のことが挙げられる．

（1）一点測定の不確かさを現実の機械部品および座標測定機に即して推定する方法を確立し, 実際の推定値を求める．

（2）形体モデルについて, 実際の機械部品および加工方法から決定する方法を検討する．

（3）求められた測定結果および測定の不確かさを機械部品の機能および公差とどのように結び付けるかを検討し, 既存の設計，加工，測定の一連の生産システムとの整合性を検討する．

（4）このような計算手法を逆向きにたどることで, 測定点の位置や数を最適化する測定戦略の決定方法を検討する．

以上のように，検討課題はたくさん残っているが，本論文によってこれらの検討方法の基礎的な考え方を与えることができた．

参 考 文 献

1) ISO/CD 14660-1 Geometrical Product Specifications (GPS) – Geometric Features – Part 1: General Definitions.
2) ISO TR10360-1：Coordinate Metrology - Part 1: Definitions and Applications of the Fundamental Geometric Principles.
3) 高増　潔ほか：形体計測の研究（第 1 報）－形体計測の基本概念－，1997 年度精密工学会秋季学術講演会講演論文集，（1997）424.
4) 郭　必偉ほか：形体計測の研究（第 2 報）－測定点の不確かさの評価－, 1997 年度精密工学会秋季学術講演会講演論文集，（1997）425.
5) 高増　潔ほか：座標計測における幾何偏差を含んだ形体間演算，精密工学会誌，**62**，7（1996）964.
6) 高増　潔，古谷涼秋，大園成夫：座標計測における形体パラメータの信頼性，精密工学会誌，**63**，11（1997）1594.
7) 古谷涼秋ほか：三次元形状の評価法，精密工学会誌，**54**，5（1988）890.
8) 中川　徹，小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版会，(1982).
9) 後藤充夫:データ解析の原理とテクニック, コロナ社，(1987).
10) A. Forbes: Robust Circle and Sphere Fitting by Least Squares, NPL Report DITC 153/89 (1989).
11) W. Lotze: Precision Length Measurement by Computer-Aided Coordinate Measurement, J. Phys. E: Sci. Instrum., **19**（1986）495.
12) J. I. MacCool: Systematic and Random Errors in Least Squares Estimation for Circular Contours, Prec. Eng., **1**（1979）215.
13) D. J. Whitehouse: A Best Fit Reference Line for Use in Partial Arcs, J. Phys. E: Sci. Instrum., **6**（1973）921.