

リングビームを用いた三次元変位測定法（第1報）*

- 理論解析と基礎実験 -

江並和宏** 臼杵 深** 平木雅彦*** 高橋 哲† 高増 潔† 大園成夫‡

Three Dimensional Displacement Measurement Using Ring Beam
- Theoretical Analysis and Basic Experiments -

Kazuhiro ENAMI, Shin USUKI, Masahiko HIRAKI, Satoru TAKAHASHI, Kiyoshi TAKAMASU and Shigeo OZONO

For three dimensional positioning of a complex three dimensional mechanism flexibly, it is needs to measure three dimensional displacement of an end-effector of the mechanism in the high precision by non-contact method. It was common to put the plural sensor or scale together and to measure the three dimensional displacement of the mechanism. However, it is difficult to calibrate positions and sensitivities of the plural sensor or scale. Therefore, the novel three dimensional displacement measuring method is proposed using the optics that focus is collected in the center of the spherical target which has been used for the radius measurement of the ball. Instead of high sensitivity on measuring in the XY direction, new ideas are necessary for the measurement in the Z direction in this optics. Therefore, a ring beam is used instead of the simple ray for Z direction measurement. The theoretical examination and simulation of the three dimensional displacement measurement using the ring beam are done and that validity is confirmed by the series of the experiments.

Key words: three dimensional displacement, optical measurement, ring beam, sphere displacement

1. 緒 言

計算機技術の進歩により、従来制御が難しかった複数のステージを組み合わせた機構や、回転軸受を複数組み合わせたロボットアームやパラレルメカニズムなどの複雑な三次元メカニズムが広く使われるようになってきている。しかし、三次元的な位置決めを柔軟に行うためには、手先座標の三次元変位を高精度に非接触で測定する必要がある。また、三次元メカニズムをキャリブレーションする場合にも、手先座標の高精度な測定が必要となる。

従来は、三次元変位測定には、複数（通常3つの）センサもしくはスケールを組み合わせて測定を行うことが普通であった。しかし、複数のセンサの組み合わせでは、測定の自由度が低くなり柔軟な測定が難しい、さらに、測定するセンサ自身のキャリブレーションが難しくなると考えられる。そこで、本研究では球の半径測定などに従来から使われている、球の中心に焦点を持つ光学系^{1) 2)}を三次元変位測定に利用することを提案する^{3) 4)}。球の中心に焦点を集める光学系では、XY方向に対して高感度である代わりに、Z方向の測定には何らかの工夫が必要であった。そこで、単純な光線の代わりにリングビームを用いることで、XY方向だけでなくZ方向の変位も同時に測定できる方法を開発した。リングビームを用いた測定としては、一次元センサとして形状測定に利用されている例^{5)~7)}があるが、三次元変位測定の例はない。

本報告では、リングビームを用いた三次元変位測定の基本的な検討を行い、実験によりその有効性を確認した。

2. 測定原理と光学系の基本構成

2.1 光学系の構成

リングビームを用いて、球の三次元変位を1つのセンサで測定するための光学系を図1に示す。レーザ光はビームエキスパンダで広がった平行光線となり、リング状の窓があるリングスリットを通過することで平行なリングビームを作り、レンズによりターゲット球の中心へ集光される。リングビームを作る方法は種々⁸⁾あるが、他の方法でも実現可能である。レンズの焦点位置とターゲット球の中心が一致していれば、リングビームはターゲット球の鏡面で反射し、レンズおよびビームスプリッタを経てCCD素子上にリングビームと同じ直径のリング形状として投影される。

ここで、ターゲット球がレンズの焦点より三次元的に変位すると、反射したリングビームの方向が変化し、CCD素子上のリング形状の位置および直径が変化する。このため、CCD素子上のリング形状を観察することでターゲット球の三次元

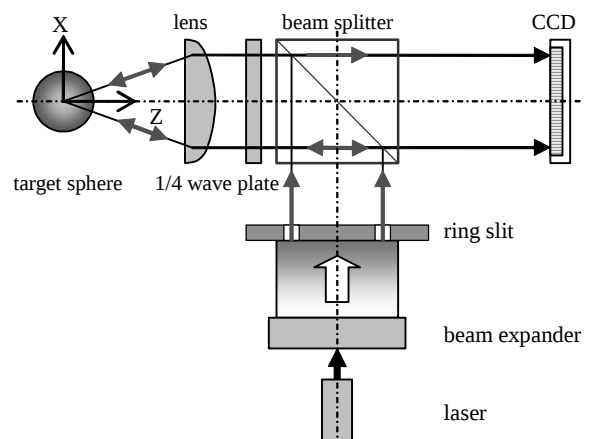


Fig. 1 Basic construction of ring beam displacement sensing

* 原稿受付 平成 15 年 3 月 24 日

** 学生会員 東京大学大学院工学系研究科（東京都文京区本郷 7-3-1）

*** 正 会 員 高エネルギー加速器研究機構（つくば市大穂 1-1）

† 正 会 員 東京大学大学院工学系研究科

‡ 正 会 員 東京電機大学工学部（東京都千代田区神田錦町 2-2）

変位を1つのセンサで測定することができる。

2.2 理論的解析

この光学系でターゲット球が三次元的に変位した場合を考える。ここで座標系はレンズの焦点位置を原点にとり、光軸方向をZ軸、光軸に垂直な面内方向をX軸およびY軸とする。図2は、焦点距離 f のレンズの位置にあるリングビームの一点 W からでた光の軌跡を示している。位置ベクトル W はリングビームの半径 b およびビーム上の位置 ϕ で以下のように表現される。

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= (x_W, y_W, z_W) = (b \cos \phi, b \sin \phi, f) \\ \mathbf{v} &= -\frac{\mathbf{W}}{|\mathbf{W}|} \end{aligned} \quad (1)$$

この位置の光線は、点 W から原点へ向かう単位方向ベクトル $\mathbf{v}$ で表現される。ターゲット球が座標系の原点に対して、位置ベクトル $\mathbf{D} (x_d, y_d, z_d)$ だけ三次元的に変位したとき、光線とターゲット球の表面の交点を位置ベクトル $\mathbf{S}$ とし、 $\mathbf{S}$ における表面の単位法線ベクトルを $\mathbf{n}$ とすると以下の関係がある。

$$\mathbf{n} = \frac{1}{r}(\mathbf{S} - \mathbf{D}) = \frac{1}{r}(k\mathbf{v} - \mathbf{D}) \quad (2)$$

ここで r はターゲット球の半径であり、 k は、点 $\mathbf{S}$ の位置ベクトルの大きさで、以下の式で計算できる。

$$k = \mathbf{v} \cdot \mathbf{D} - \sqrt{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{D})^2 - |\mathbf{D}|^2 + r^2} \quad (3)$$

次に、点 $\mathbf{S}$ における反射光線の単位方向ベクトル $\mathbf{u}$ は方向ベクトル $\mathbf{v}$ および法線ベクトル $\mathbf{n}$ によって、

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} - 2(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad (4)$$

となる。式(2)、(3)および(4)より反射光線のレンズの位置における点 $\mathbf{T}$ の位置ベクトルが計算できる。

$$\mathbf{T} = \mathbf{S} + \frac{1}{z_u}(f - z_s)\mathbf{u} \quad (5)$$

ここで z_u は反射光線の方向ベクトル $\mathbf{u}$ のZ成分を、 z_s は点 $\mathbf{S}$ の位置ベクトルのZ成分を示す。

この計算をリングビーム全周に渡って行うことで、リングビームがターゲット球に反射されてレンズの位置に投影されたときのリング形状を計算することができる。

式(5)を実際に計算するとかなり複雑となるため、その性質を検討するための近似計算を行った。ターゲット球の三次元変位 $\mathbf{D}$ がターゲット球の半径 r に比べて充分小さいとして $\mathbf{D}$ の2次以上の項を零とみなし、1次近似を行った。これによって反射光線の位置ベクトル $\mathbf{T}$ は、

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \left(b + \frac{2b(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{fr} z_d \right) \cos \phi - \frac{2(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{r} x_d \\ \left(b + \frac{2b(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{fr} z_d \right) \sin \phi - \frac{2(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{r} y_d \\ f \end{pmatrix} \quad (6)$$

この式から、リングビームの反射光のリング形状は、円で

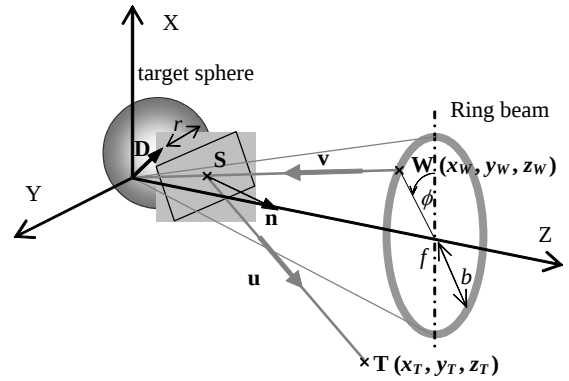


Fig. 2 Optical calculation for ring beam displacement reflected on target sphere

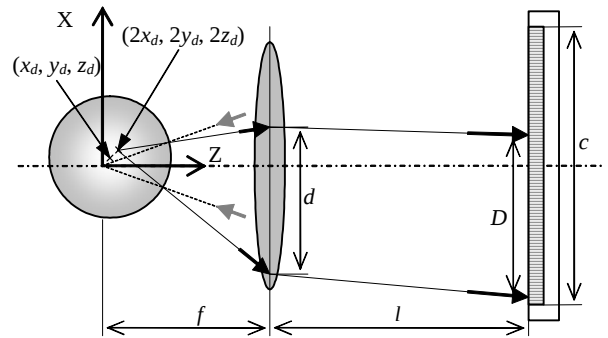


Fig. 3 Optical calculation through imaging lens to CCD image sensor

近似できることが分かる。このとき、中心の位置はターゲット球のXY軸方向への変位 x_d および y_d に比例し、直径のリングビーム直径からの変化はターゲット球のZ軸方向への変位 z_d に比例する。比例係数 k_x, k_y, k_z および直径 d は、式(7)のようになる。

$$\begin{aligned} k_x &= k_y = \frac{-2(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{r} \\ k_z &= \frac{4b(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{fr} = -\frac{2b}{f}k_x \\ d &= 2b + k_z z_d \end{aligned} \quad (7)$$

また、この反射光線は $(2x_d, 2y_d, 2z_d)$ から出ている光線と近似できる。つぎに、反射光線はレンズを通してCCD上に達し、その像が観察される。図3のように、レンズからCCDまでの距離を l とすると、近軸光線および薄肉単レンズを仮定すると、最終的な拡大率 K_x, K_y, K_z および直径 D は式(8)で算出できる。

$$\begin{aligned} K_x &= K_y = -\frac{2(\sqrt{b^2 + f^2} - r)}{r} - \frac{2l}{f} \\ K_z &= -\frac{2b}{f}K_x \\ D &= 2b + K_z z_d \end{aligned} \quad (8)$$

2.3 近似式の誤差の評価

式(8)より求まる近似倍率は、三次元変位が小さいとし1次近似を行い、薄肉単レンズおよび近軸光線を仮定している。しかし、実際にはレンズの球面収差などの影響を受けるため、近似倍率とレイトレーシングによる計算との比較を行った。

計算の条件として、レンズの焦点距離 $f = 40$ mm、リングビーム半径 $b = 2$ mm、ターゲット球の半径 $r = 10$ mm、レンズから CCD までの距離 $l = 200$ mm とし、ターゲット球を三次元的に変位させた。レンズは平凸球面レンズとし屈折率、肉厚などは適当な値を使用した。この場合の式 (8) より求まる近似倍率は、 $K_x = K_y = -16.01$ 、 $K_z = 1.60$ となる。

図 4 はこの条件でターゲット球を XY 方向および Z 方向に変位させた場合の、CCD 上のリング形状を計算したものである。(a) は広い範囲で考えて、 x_d と y_d を ± 1 mm、 ± 0.5 mm および 0 mm に変化させ、それぞれの位置で z_d を ± 2 mm の範囲で 0.5 mm 間隔で変化させた場合のリング形状を示している。(b) は実際の使用状況を考えて、 x_d と y_d を ± 0.15 mm の範囲で変化させ、それぞれの位置で z_d を -2 mm から 0 mm の範囲で変化させた場合のリング形状である。リング形状は、ターゲット球の球面の反射によるコマ収差やレンズの球面収差などの影響で周辺になるに従って、歪んだ形になることが分かる。また、(b) で示すような、実際の使用状況では、リング形状はほぼ円と近似できることが分かる。

図 5 は Z 変位 $z_d = -2$ mm、 0 mm に対応した、X 変位 x_d とリング形状の中心の X 位置 x_c の関係を示している。近似倍率で求めた値との最大誤差率は、 $z_d = -2$ mm で 11.9% 、 $z_d = 0$ mm で 2.7% である。Z 変位が小さい場合には近似倍率が比較的よい近似になっていることが分かる。図 6 は X 変位 $x_d = 0.15$ mm に対応した、Z 変位 z_d とリング形状の直径 D の関係を示している。近似倍率で求めた値との最大誤差率は 8.4% となる。

2.4 測定範囲および測定分解能の評価

式 (8) を利用して、測定範囲と測定分解能の評価を行う。図 7 は、Z 変位と X 変位に対応する測定可能な三角形の範囲を薄い網掛けで示している。測定範囲の限界は、Z 変位のマイナス方向はリング形状の径が零の位置となり、Z 変位のプラス方向ではリング形状が CCD をはみ出さない範囲となる。また、X 変位は、Z 変位で決まる径を持ったリング形状がはみ出さない範囲となり、CCD のサイズを c とすると、式 (9) で表現できる。

$$\begin{aligned} |x_d| &< -\frac{c - (2b + K_z z_d)}{2K_x} \\ -\frac{2b}{K_z} < z_d < \frac{c - 2|K_x x_d| - 2b}{K_z} \end{aligned} \quad (9)$$

測定分解能は、測定倍率と CCD のサイズおよび等価的な画素サイズで決まる。CCD の等価的な画素サイズは、画像処理で得られたリングの中心座標およびリング半径の計算分解能のことで、画像処理で 0.1 ピクセルまで計算する場合、実際の画素サイズの 10 分の 1 となる。等価的な画素サイズを c_p とすると、XY 変位および Z 変位に対する分解能 R_x 、 R_y および R_z は、式 (10) で計算できる。

$$\begin{aligned} R_x = R_y &= -\frac{c_p}{K_x} \\ R_z &= \frac{c_p}{K_z} \end{aligned} \quad (10)$$

図 7 で示す測定範囲の中で、XY 変位および Z 変位を独立に、できるだけ広い範囲で測定することを考えると、Z 変位の範囲の一番小さいところから Z 変位の測定可能範囲の真ん

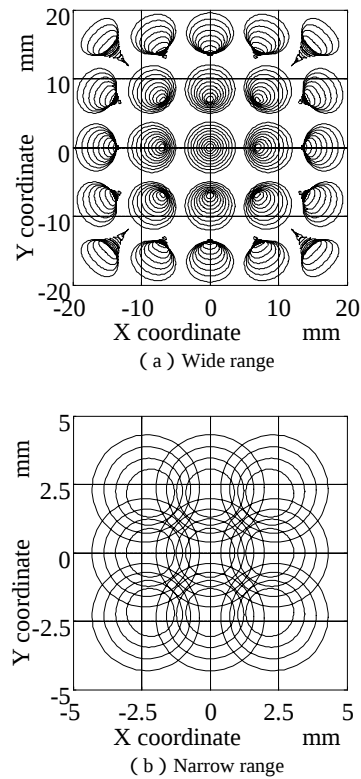


Fig. 4 Ring beam images on CCD image sensor by ray tracing; (a) wide range image, x_d and $y_d = \pm 1$ mm, ± 0.5 mm and 0 mm for $z_d = -2$ mm to 2 mm by step of 0.5 mm; (b) narrow range, x_d and $y_d = \pm 0.15$ mm and 0 mm for $z_d = -2$ mm to 0 mm by step of 0.5 mm

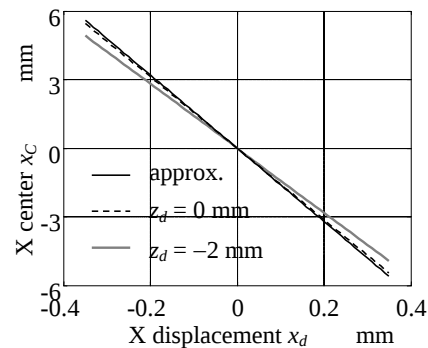


Fig. 5 Relationship between X coordinates of ring beam image center x_c and X displacements x_d of target sphere; approximately line by eqn. (8) and ray tracing for $z_d = 0$ mm and 2 mm

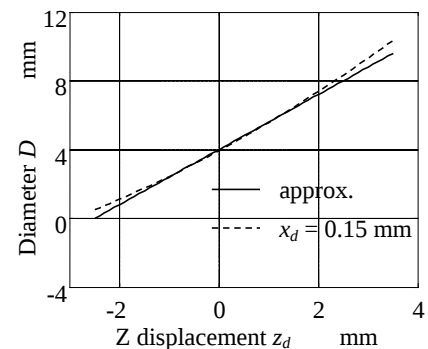


Fig. 6 Relationship between diameter D of ring beam image and Z displacements z_d of target sphere; approximately line by eqn. (8) and ray tracing for $x_d = 0.15$ mm

中まで取ることになる．この範囲を図 7 の濃い網掛けで示す．この範囲では，測定範囲は式 (11) で表せることができ，測定範囲の大きさは，XY 変位について $c / 2K_x$ ，Z 変位について $c / 2K_z$ となる．さらに，測定範囲に対する測定分解能の比は，CCD のサイズおよび等価的な画素サイズ数で決まり，XY 変位および Z 変位に対して同じ値 $c / 2c_p$ となる．

$$\begin{aligned} |x_d| &< -\frac{c}{4K_x} \\ -\frac{2b}{K_z} &< z_d < \frac{c-4b}{2K_z} \end{aligned} \quad (11)$$

具体的な例で計算する．まず，使用する CCD として画素サイズが $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$ ，画素数が 1000×1000 ，画像処理によりリング形状の中心および半径を求める場合の分解能を 0.1 ピクセルと仮定すると，CCD サイズ $c = 10 \text{ mm}$ ，等価画素サイズ $c_p = 1 \mu\text{m}$ に対応する．近似倍率が， $K_x = -16.01$ ， $K_z = 1.60$ の場合，ビーム半径 $b = 2 \text{ mm}$ とすると，XY 変位に対して測定範囲 $\pm 0.156 \text{ mm}$ ，測定分解能 $0.063 \mu\text{m}$ ，Z 変位に対して測定範囲 $-2.5 \text{ mm} \sim 0.625 \text{ mm}$ ，測定分解能 $0.63 \mu\text{m}$ となる．

式 (8) およびこれらの計算より，以下のことが分かった．

- (1) 測定倍率は，リングビーム半径 b ，レンズの焦点距離 f ，ターゲット球の半径 r およびレンズから CCD までの距離 l で決定する．
- (2) XY 変位と Z 変位の測定倍率は， $-2b / f$ の比で決定する．
- (3) Z 変位のマイナス側から半分を使うことで，測定範囲および測定分解能を最適化できる．
- (4) 最適化した測定範囲と測定分解能は，CCD の大きさおよび等価画素サイズにより決定する．

3. 基礎実験

3.1 実験条件と実験結果

前章の理論的な解析を確認するための基礎実験を行った．図 8 は，基礎実験のための光学系である．リングビームは，外径 5 mm，内径 4 mm のリングスリットを使い，ターゲット球は直径 20 mm の鋼玉（真球度 $1 \mu\text{m}$ 以下）を位置決め精度 $1 \mu\text{m}$ の XYZ 移動ステージに設置した．レンズは，平凸単レンズで焦点距離は 40 mm，CCD 素子は 1/2 型で 640×488 画素を 256 階調の画像処理ボードによって計算機に画像として入力した．CCD 素子は，レンズの後方 160 mm に設置し，実験的に調べた CCD 素子の画素サイズは $11.0 \mu\text{m}$ である．

実験条件は $f = 40 \text{ mm}$ ， $r = 10 \text{ mm}$ ， $b = 2.25 \text{ mm}$ ， $l = 160 \text{ mm}$ ， $c = 0.011 \text{ mm} \times 488 = 5.37 \text{ mm}$ に対応する．この場合の近似倍率は，式 (8) により， $K_x = -14.01$ ， $K_z = 1.58$ となる．また，式 (11) で求まる測定範囲は，X 変位が $\pm 0.096 \text{ mm}$ ，Z 変位が -2.85 mm から -1.15 mm となるが，実際にはリングビームの幅の影響でかなり小さくなっている．

まず，ターゲット球をゼロ点に置く．ゼロ点は，ターゲット球からの反射光ができるだけ平行に戻るように決定した．このゼロ点は，実験結果から計算されたゼロ点から特に Z 方向はかなりずれていたが，実験は，このゼロ点を基準に行った．図 9(a) にターゲット球を X 軸方向に -0.05 mm ， 0 mm ， 0.05 mm 移動したときのリング形状の変化を示す．ほぼ同一の形状が左から右へ移動しているのが分かる．また，図 9(b)

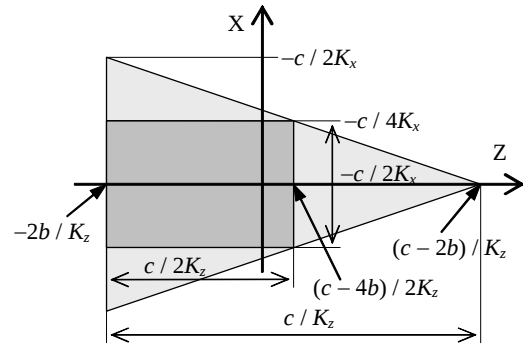


Fig. 7 Measuring ranges of X displacement and Z displacement

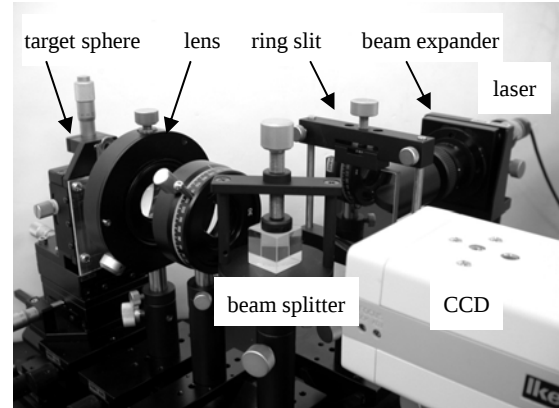


Fig. 8 Experimental optical arrangement for ring beam images on CCD image sensor

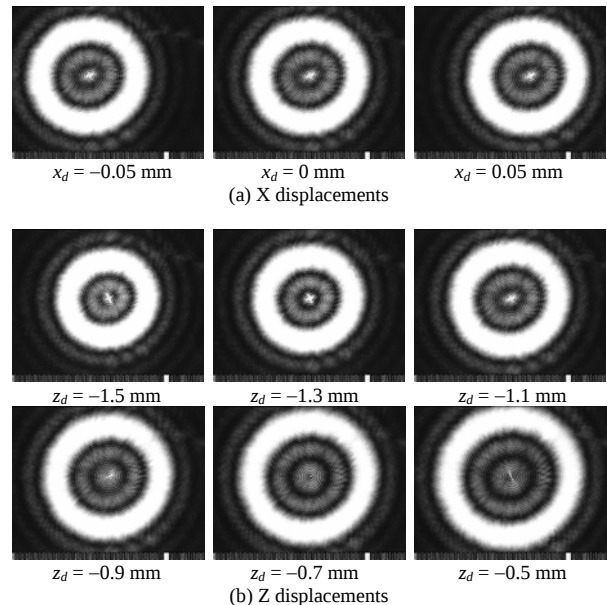


Fig. 9 Ring beam images on CCD image sensor; (a) x displacements $x_d = -0.05 \text{ mm}$, 0 mm , 0.05 mm for $z_d = -1.1 \text{ mm}$, (b) z displacements $z_d = -1.5 \text{ mm}$, -1.3 mm , -1.1 mm , -0.9 mm , -0.7 mm , -0.5 mm for $x_d = 0 \text{ mm}$

にターゲット球を Z 軸方向に -1.5 mm から -0.5 mm まで 0.2 mm 間隔で移動したときのリング形状の変化を示す．リング形状の直径が徐々に大きくなっている．リング形状は，リングスリットの幅が 1 mm と大きいためかなり幅が太くなっている．また，リングスリット形状の影響，回折および干渉による同心円状のノイズの影響などがあるので，最適なリング形状を得るためには改良が必要と考えている．

このようにして得られたリング形状は、ノイズを除去し、ある値以上の輝度の点に対して、最小二乗法により円を当てはめることで中心座標と直径を計算した。計算は MATLAB で行い、計算時間は画像の取り込みを含めて 1 秒以下であった。図 10 は X 変位に対応したリング形状の中心の X 座標の変化を、Z 変位を -1.5 mm から -0.5 mm まで 0.2 mm 間隔で 6 種類変化させた場合の関係を示す。図 11 は Z 変位に対応したリング形状の直径の変化を、X 変位を -0.05 mm から 0.05 mm まで 0.01 mm 間隔で 11 種類変化させた場合の関係を示す。どちらも、他の方向の変位の影響をあまり受けず、直線的な変化をしていることが分かる。

その他の焦点距離などのいくつかの組み合わせに対しても同様の実験を行い、ほぼ理論結果に近い、同等の結果が得られた。

3.2 実験結果の評価

これらの実験結果から求めた平均倍率は、 $K_x = -13.86$ 、 $K_z = 1.52$ となり理論的な近似倍率とほぼ等しくなった。また、Z 変位を変化させた場合の X 変位の繰り返し誤差は平均で $1.1\text{ }\mu\text{m}$ 、最大で $4.7\text{ }\mu\text{m}$ となった。X 変位を変化させた場合の、Z 変位の繰り返し誤差は平均で $3.4\text{ }\mu\text{m}$ 、最大で $8.4\text{ }\mu\text{m}$ となった。ゼロ点は、X 変位に対しては -0.0018 mm 、Z 変位に対しては 0.420 mm ずれていた。特に Z 方向のゼロ点合わせには、なんらかの工夫が必要となるが、変位測定としては、ゼロ点位置の影響はあまり受けないと考えられる。

測定精度は、使用した移動テーブルの測定精度 $1\text{ }\mu\text{m}$ 程度と低いため確認できていない。画像処理によって得られたリング形状の直径と中心位置は、同じ位置で繰り返し測定を行った場合 0.2 ピクセル以下の繰り返し精度であった。このため、等価画素サイズ $c_p = 11.0\text{ }\mu\text{m} \times 0.2 = 2.2\text{ }\mu\text{m}$ とすると、理論的な分解能は、 $R_x = 0.16\text{ }\mu\text{m}$ 、 $R_z = 1.45\text{ }\mu\text{m}$ となる。実験で求めた繰り返し誤差が理論的な分解能より大きい理由として、以下のことが考えられる。

- (1) X 変位には、Z 変位の影響が入っている。
- (2) 使用した移動テーブルの精度が不十分である。
- (3) 画像処理で、ノイズの影響が完全に除去できていない。

4. 結 論

三次元機構の三次元変位を 1 つのセンサで測定するためのリングビームを利用した光学式測定方法を提案した。まず、理論的な解析を行い、以下の結論が得られた。

- (1) 近似的な測定倍率および測定範囲、測定分解能を求める式を導出した。
- (2) レイトレーシングの計算結果と比較して、近似倍率が比較的よい近似となっていることを示した。
- (3) センサのパラメータ設定によっては、サブミリメートルの測定範囲をサブマイクロメートルの測定分解能で測定することが可能であることを示した。

さらに、基礎実験により理論解析の有効性を確認した。

今後の課題としては、近似倍率の近似は必ずしも十分でな

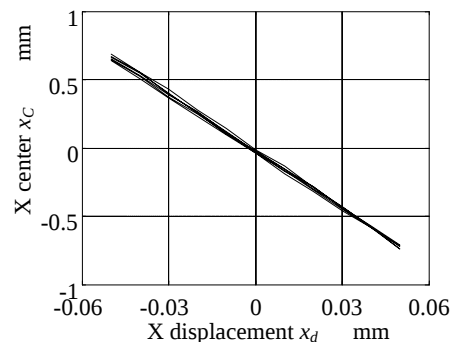


Fig. 10 Relationship between X coordinates of ring beam image center x_c and X displacements x_d of target sphere for $z_d = -1.5\text{ mm}$, -1.3 mm , -1.1 mm , -0.9 mm , -0.7 mm and -0.5 mm

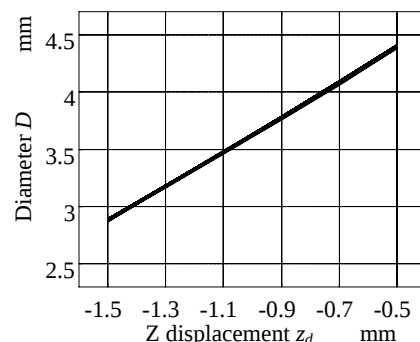


Fig. 11 Relationship between diameter D of ring beam image and Z displacements z_d of target sphere for $x_d = -0.05\text{ mm}$ to 0.05 mm by step of 0.01 mm

いため、より高精度な近似式を導入するか、レイトレーシング結果を用いた補正テーブルを利用する必要がある。また、画像のノイズに対しては、低コヒーレントの光源を使うこと、画像処理を工夫することが必要である。さらに、高精度な移動テーブルにより、より詳細な誤差評価を行う予定である。

参 考 文 献

- 1) J. Song and T. Vorburger: Measurement Comparison of Stylus Radii, Proc. ICPE 97, 2, (1997) 823.
- 2) 三井公之, 凌 季, 橋本義之: 光による軸の回転精度測定法の研究 - 測定原理ならびに測定感度に関する考察 -, 精密工学会誌, **61**, 9 (1995) 1302.
- 3) K. Takamasu, A. Kobaru, R. Furutani and S. Ozono: Three Dimensional Position Sensor Using Optical Colimator for Nanometer Resolution, 7th Int. Prec. Eng Seminar, (1993) 63.
- 4) K. Enami, M. Hiraki and K. Takamasu: Nano-Probe Using Optical Sensing, IMEKO-XVI World Congress, (2000) 345.
- 5) 三好隆志, 青木洋, 斎藤勝政: 三次元自由曲面の非接触形状測定センサの開発研究 (第 1 報) - 光リング式センサの解析 -, 精密工学会誌, **58**, 11 (1992).
- 6) 三好隆志, 近藤司, 斎藤勝政, 神谷征男, 岡田宏司: 非接触 3-D デジタイジングシステムの開発研究, 精密工学会誌, **56**, 6 (1990).
- 7) Masahiko Hiraki, Kazuhiro Enami, Kiyoshi Takamasu and Shigeo Ozono: Omni-Directional Obstacle Detection, European Journal of Automation, **36**, 9 (2002) 1221.
- 8) 川口裕三, 水野ホジェリオ純, 伊賀健一: リングビームシステム (R.B.S.) の原理とその応用, O plus E, **210**, 5 (1997) 96.