

形体計測における不確かさの見積り（第1報）*

- 校正作業で生じる系統誤差の寄与 -

高増 潔** 阿部 誠*** 古谷涼秋† 大園成夫**

Estimation of Uncertainty in Feature Based Metrology (1st Report)
- Uncertainty from Systematic Errors in Calibration Process -

Kiyoshi TAKAMASU, Makoto ABE, Ryoshu FURUTANI and Shigeo OZONO

In coordinate metrology, a feature (Gaussian associated feature) is calculated from a measured data set of CMM (Coordinate Measuring Machine) using a least squares method. This data processing flow is called as "feature based metrology". In the feature based metrology, it is a key technique to estimate the uncertainty of measurement in the specific measuring strategy. The estimation method for uncertainties of measured parameters has been already proposed when the only random errors are put in the consideration. In this paper, the effects of systematic errors are theoretically analyzed to estimate the uncertainties in feature based metrology. The center position error and the diameter error of the ball probe are occurred from the random errors of probing in calibration process. These errors propagate as unknown systematic errors to the uncertainties of measured parameters such as the center position and the diameter of a measured circle. The method to calculate the error matrix was derived when the center position and the diameter of the circle are measured. Using this method, the uncertainties of the measured parameters can also be calculated in the complex measuring strategy. The series of simulations for this method in statistical way directly implies that the concept and the basic data processing method in this paper are useful to the feature based metrology.

Key words: CMM, coordinate measuring machine, feature based metrology, uncertainty of measurement, calibration of ball probe

1. 緒 言

三次元測定機による座標計測では、測定対象となる形体に対する複数の測定点から最小二乗法などの計算によって、測定形状を求め、測定したい寸法や位置を計算する。我々は、このような測定の流れを「形体計測」として確立するための研究を行っている¹⁾²⁾。すでに形体計測の基本的な流れおよび考え方について検討を行った。

つぎに検討すべき課題は形体計測における不確かさの見積り方法である³⁾。以下、本論文では不確かさの要因については「誤差」という用語を使用し、結果として計算される値を「不確かさ」と呼ぶ。また、式においてはどちらも標準偏差または分散で表現することとする。最終的な拡張不確かさは包含係数 k (普通は $k=2$) を掛けることで計算できる。

測定点が偶然誤差だけを持つ場合の不確かさの見積りについては、誤差伝播の方法を利用した統計的な推定方法を提案した⁴⁾⁵⁾。この手法によれば、測定点の数や位置を決定すれば測定結果の不確かさを推定することができる。しかし、測定点の誤差に系統的誤差がある場合については、不確かさを過大評価する場合や逆に過小評価する場合がある。既知の系統誤差の影響は、補正することで無くすることができる。しかし、本論文で取り上げるような、偶然誤差により生じるが一連の測定では一定となる未知の系統誤差は、補正できないし、偶然誤差として扱うこともできない。

未知の系統誤差としては、スケールの低次の誤差、ドリフ

ト、プローブの方向性の誤差、測定物の形状誤差などが考えられるが、ここでは、ボールプローブの校正作業による未知の系統誤差を取り上げる。未知の系統誤差による不確かさ(これを未知の系統効果という)を見積もる手法として、計算機シミュレーションによる手法が提案されている⁶⁾⁷⁾。しかし、計算機シミュレーションの方法は、限定されたいくつかの要因を考慮しているだけで、まだ不十分である。また、理論的な研究が進んでいないため、偶然誤差による不確かさと系統誤差による不確かさの扱いが混乱している⁸⁾⁻¹¹⁾。

本報では、偶然誤差による不確かさと系統誤差による不確かさの数学的な扱いについて、円形体を測定する場合を例にして、その理論的な定式化を行う。

2. 計算および理論展開における仮定

図1に、計算および理論展開に使うモデルを示す。このモデルでは、計算などをすべて2次元で考える。まず、ボールプローブの直径を直径が値付けられている参照円で校正する。このボールプローブを利用して測定円の中心位置および直径を測定し、その測定結果の不確かさを推定する。

簡略化のために以下の仮定と条件を置く。

- (1) ボールプローブの系統誤差は補正されている。プロービングでは偶然誤差による不確かさだけを考え、大きさを標準偏差で s_p とする。
- (2) ボールプローブの校正作業は、 m 点の測定点を均等に参照円上に取ることで行う。
- (3) 参照円の値付けられた直径の誤差を標準偏差で s_c とする。また、参照円の形状偏差および粗さの影響は考えない。
- (4) 測定では、測定円の全体もしくは一部を校正したボールプローブで測定する。

* 原稿受付 平成12年5月6日

** 正会員 東京大学大学院工学系研究科(東京都文京区本郷7-3-1)

*** 正会員 (株)ミットヨ(川崎市高津区坂戸1-20-1)

† 正会員 東京電機大学工学部(東京都千代田区神田錦町2-2)

3. 偶然誤差だけを考えた場合

測定誤差として偶然誤差だけを考えた場合，偶然誤差による不確かさだけを考えればよい．円形体の測定については，すでに計算方法を報告した⁵⁾．これによれば，偶然誤差による誤差行列と測定位置によるヤコビ行列を利用して誤差の伝播を考えることで，測定の不確かさを推定できる．

式(1)で， \mathbf{P} は測定結果の不確かさを示す行列で，対角要素の s_x^2 ， s_y^2 および s_d^2 がそれぞれ，測定円の中心の X 座標と Y 座標および直径の不確かさを示し，非対角要素がそれぞれの共分散を示す． \mathbf{S} は誤差行列で偶然誤差間には相関がないため，プロービングの偶然誤差の分散 s_p^2 と単位行列の積で表現される． \mathbf{A} はヤコビ行列で，図2のような測定点の位置を示す角度 t_i によって表現できる．この2つの行列から最小二乗法によって，式(4)のように \mathbf{P} を計算できる．

式(4)は測定点を円形体上に均等に取れば，パラメータ間の不確かさに相関のない式(5)となる．このようにプロービングには，偶然誤差しかないと考えると，偶然誤差による測定結果の不確かさは比較的簡単に推定することができる．

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} s_x^2 & s_{xy} & s_{xd} \\ s_{xy} & s_y^2 & s_{yd} \\ s_{xd} & s_{yd} & s_d^2 \end{pmatrix} = (\mathbf{A}'\mathbf{S}^{-1}\mathbf{A})^{-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} s_p^2 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & s_p^2 \end{pmatrix} = s_p^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\cos t_1 & -\sin t_1 & -\frac{1}{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\cos t_n & -\sin t_n & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \sum \cos^2 t_i & \sum \cos t_i \sin t_i & \frac{1}{2} \sum \cos t_i \\ \sum \cos t_i \sin t_i & \sum \sin^2 t_i & \frac{1}{2} \sum \sin t_i \\ \frac{1}{2} \sum \cos t_i & \frac{1}{2} \sum \sin t_i & \frac{n}{4} \end{pmatrix}^{-1} s_p^2 \quad (4)$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \frac{2}{n} s_p^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{n} s_p^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{n} s_p^2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

4. 校正作業により生じる系統誤差

前章で述べたように，偶然誤差だけを考えた場合の不確かさの推定は比較的簡単に行えた．つぎに，系統誤差による不確かさを考えてみる．図1のような方法で，ボールプローブの中心位置と補正プローブ直径を求めるとき，校正作業に対してプロービングの偶然誤差などによって生じる不確かさが生じる．このような不確かさは，偶然的なものだが，校正作業後の一連の測定では一定である．ここが，一般的な偶然誤差との違いである．

単純な例で考えると，校正作業によって補正プローブ直径

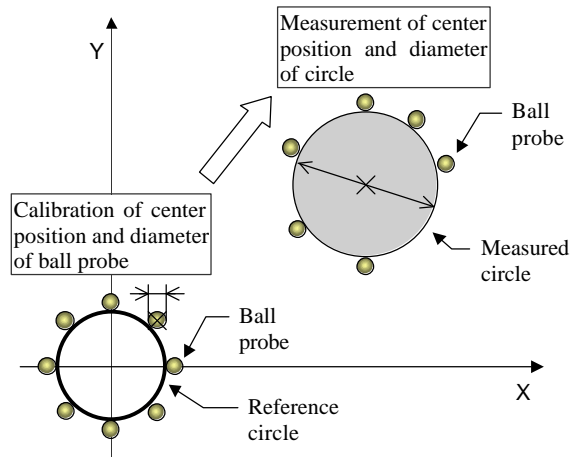


Fig. 1 Model for calibration of ball probe and measurement of circle

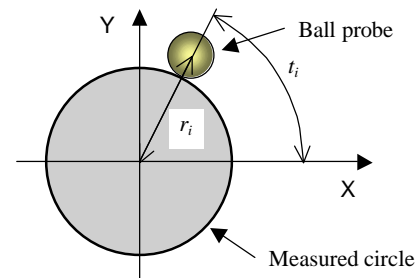


Fig. 2 Measured positions indicated by angle t_i

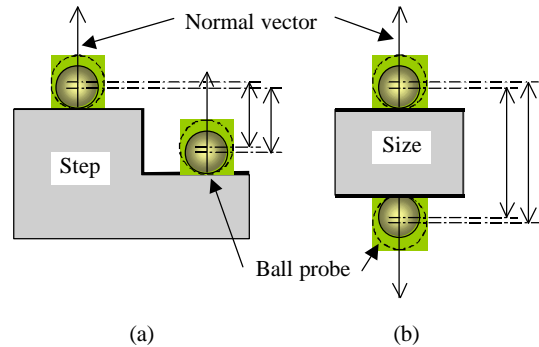


Fig. 3 Effects of diameter errors of ball probe on (a) step dimension and (b) size dimension

が真のプローブ直径より小さく校正されたとする．この場合，図3(a)のような段差測定では，補正プローブ直径の誤差は打ち消され，不確かさはプロービングの偶然誤差によってだけ生じる．しかし，図3(b)のような面間寸法の測定では，プローブ直径の誤差がそのまま測定誤差となるため，面間寸法の測定の不確かさには，プロービングの偶然誤差による不確かさと補正プローブ直径の系統誤差による不確かさを足したものとなる．

この例のように，系統誤差による不確かさの影響は，すべての測定に同じように生じることはなく，測定点の位置，測定項目などの測定戦略によって影響される．

m 点の均等な測定点によってボールプローブの校正作業を行った場合の，校正されたボールプローブの中心位置および補正プローブ直径の誤差の分散 c_x^2 ， c_y^2 および c_d^2 の計算方法

は式(5)で示した円形体の測定結果の解析手法と一致する。ただし、補正プローブ直径の誤差については、参照円の値付けの誤差を足すことが必要であり、それぞれ式(6)で計算できる。

$$c_x^2 = c_y^2 = \frac{2}{m} s_p^2$$

$$c_d^2 = \frac{4}{m} s_p^2 + s_c^2 \tag{6}$$

もし、校正作業で測定点を均一に取らない場合には、校正したパラメータ（プローブの中心位置と補正プローブ直径）の間に相関が生じる。この場合には、以下の解析に影響がでるが相関がある場合の解析については今後の課題とする。

5. 系統誤差の影響

前章で示した校正によるボールプローブの中心位置の誤差および補正プローブ直径の誤差は、校正後の一連の測定で系統誤差として扱わなくてはならない。また、その他にはプロービングによる偶然誤差を考慮して、以降の解析を行う。

5.1 補正プローブ直径の誤差の影響

式(2)の誤差行列は偶然誤差だけを考慮しているため、測定点間の誤差の共分散はすべて0になっている。これに、補正プローブ直径の誤差の影響を加えてみる。補正プローブ直径の誤差の標準偏差は c_d とする。この誤差の影響が互いに独立なら、式(2)の誤差行列の対角要素を s_p^2 から $s_p^2 + c_d^2$ とすればいい。

しかし、補正プローブ直径の誤差はすべての測定点に同じ誤差を与えるため、誤差行列の共分散は0とならない。図4に示すように、2つの測定点の測定値 r_1 と r_2 にはプロービングの誤差 p （標準偏差 s_p ）と補正プローブ直径の誤差 d （標準偏差 c_d ）が含まれている。プロービングの誤差は測定点それぞれで独立しているが、補正プローブ直径の誤差は同一である。測定点1と測定点2の誤差 dr_1 と dr_2 は、式(7)のように表現でき、この式から分散、共分散は式(8)のように表現できる。式(8)の分散、共分散による誤差行列 S を作り、式(5)と同じ条件で P の計算を行うと式(9)のようになる。補正プローブ直径の影響が直径の測定値だけに寄与することが分かる。

$$dr_1 = p_1 + \frac{d}{2}$$

$$dr_2 = p_2 + \frac{d}{2} \tag{7}$$

$$s_1^2 = s_2^2 = s_p^2 + \frac{c_d^2}{4}$$

$$s_{12}^2 = \frac{c_d^2}{4} \tag{8}$$

$$P = \begin{pmatrix} \frac{2}{n} s_p^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{n} s_p^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{n} s_p^2 + c_d^2 \end{pmatrix} \tag{9}$$

5.2 中心位置の誤差の影響

つぎに、校正によるボールプローブの中心位置の誤差の影

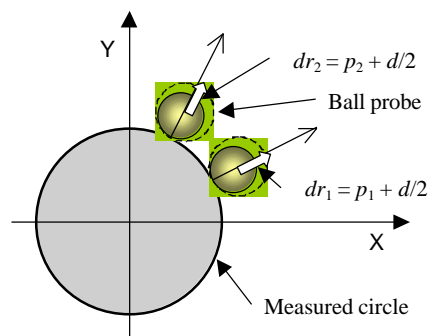


Fig. 4 Correlation of two measured points by effects from probing errors and diameter errors of ball probe

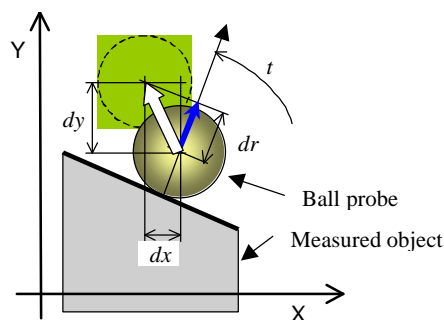


Fig. 5 Effect of center position errors of ball probe

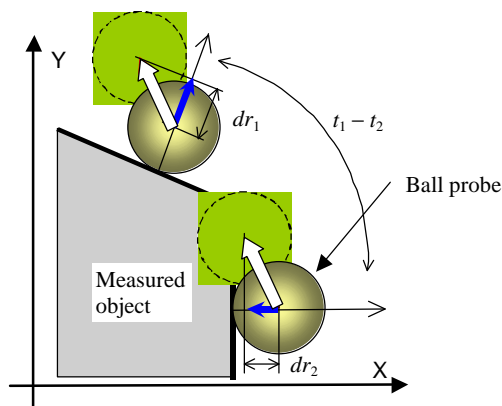


Fig. 6 Correlation of two measured points by center position errors of ball probe

響を考える。図5に示すように、中心位置の誤差は、補正プローブ直径の誤差と異なり、測定の法線方向とは無関係に一定の方向への誤差として表現される。中心位置の誤差ベクトルにおけるX軸方向の成分 dx 、Y軸方向の成分 dy および法線ベクトルの角度 t から中心位置の誤差の測定値への影響 dr は式(10)で計算できる

$$dr_1 = dx \cos t_1 + dy \sin t_1$$

$$dr_2 = dx \cos t_2 + dy \sin t_2 \tag{10}$$

誤差は小さいため測定位置への影響は無視できるので、測定点間の相関を考えるには、図6のような2つの測定点に対する測定誤差の関係を考えればよい。測定点における誤差の分散と2つの測定点間の共分散は、 c_x^2 と c_y^2 が等しいので式(11)で表現できる。

$$\begin{aligned}
 s_1^2 &= s_2^2 = c_x^2 \cos^2 t_1 + c_y^2 \sin^2 t_1 = c_x^2 \\
 s_{12}^2 &= c_x^2 \cos t_1 \cos t_2 + c_y^2 \sin t_1 \sin t_2 \\
 &= c_x^2 \cos(t_1 - t_2)
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

5.3 校正による不確かさの影響のまとめ

いままでに計算したように、ボールプローブの校正作業による系統誤差の不確かさへの寄与は、式(8)および式(11)を考慮した誤差行列によって計算できる。仮定したようにボールプローブの校正作業を均一なプロービング位置で行えば、2種類の不確かさは独立するので、両方の不確かさを合計すると、誤差行列の分散と共分散は、式(12)のように表現できる。この誤差行列を式(1)へ代入することで、校正作業における系統誤差が、測定円の中心位置および直径の測定の不確かさへどのように寄与するかを推定することができる。

$$\begin{aligned}
 s_i^2 &= s_p^2 + c_x^2 + \frac{c_d^2}{4} \\
 s_{ij}^2 &= c_x^2 \cos(t_i - t_j) + \frac{c_d^2}{4}
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

プローブの校正を1回だけ行った場合は、プローブの中心位置の誤差は測定結果の絶対的な位置にのみ寄与する。また、参照円の値付けの誤差を含む補正プローブ直径の誤差は、直径の絶対的な測定にのみ寄与する。つまり、円の中心位置の相対的な位置を評価する場合には、プローブの中心位置の誤差を無視することができ、2つの円の直径の相対的な差を評価するような場合には、補正プローブ直径の誤差を無視することができる。

つぎに、測定の途中でプローブの校正をやり直したり、別のプローブを使ったりした場合のことを考えてみる。この場合には、最初のプローブと2番目のプローブはそれぞれ校正によって生じる系統誤差を持つが、それぞれの系統誤差の値は参照円の値付けの誤差を除いて相関がない。

したがって、最初のプローブによる誤差行列を S_1 、2番目のプローブによる誤差行列を S_2 とすると、誤差行列は2つの誤差行列を対角に並べ、残りの部分に参照円の値付けの誤差による共分散を入れた、式(13)のように表現できる。式(13)を式(1)に適用することで、このような複雑な場合の測定結果の不確かさも推定できる。

$$S = \begin{pmatrix} S_1 & & & & \\ & \frac{s_c^2}{4} & \dots & \frac{s_c^2}{4} & \\ & \vdots & \ddots & \vdots & \\ & \frac{s_c^2}{4} & \dots & \frac{s_c^2}{4} & \\ \hline \frac{s_c^2}{4} & \dots & \frac{s_c^2}{4} & & \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \\ \frac{s_c^2}{4} & \dots & \frac{s_c^2}{4} & & \\ & & & S_2 & \end{pmatrix}
 \tag{13}$$

6. 計算結果

前章で計算した誤差行列の式(12)および(13)を利用して、いくつかの典型的な場合の不確かさの推定を行った。

6.1 均一に測定を行った場合

1つのプローブで均一に測定を行った場合は、測定結果の

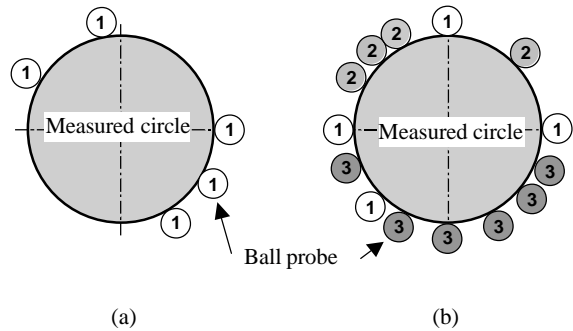


Fig. 7 Examples of circle measurements for estimation of uncertainties: (a) 5 measured points by single probe, (b) 14 measured points by 3 probes

不確かさは式(14)で推定できる。ここで、校正に使用した測定点の数が m 点、測定に使用した測定点の数が n 点である。この場合は、不確かさに相関は生じない。中心位置の不確かさで、座標の相対的な関係だけが問題となる場合には、 c_x^2 の項は無視できる。

$$\begin{aligned}
 s_x^2 &= s_y^2 = \frac{2}{n} s_p^2 + c_x^2 = \left(\frac{2}{n} + \frac{2}{m} \right) s_p^2 \\
 s_d^2 &= \frac{4}{n} s_p^2 + c_d^2 = \left(\frac{4}{n} + \frac{4}{m} \right) s_p^2 + s_c^2
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

2つ以上のプローブで測定する場合も、それぞれのプローブが均一に測定を行えば、同様に測定の不確かさが計算できる。式(15)は最初のプローブを m_1 点で校正し、測定円を n_1 点で測定し、2番目のプローブを m_2 点で校正し、測定円を n_2 点で測定した場合の不確かさである。

$$\begin{aligned}
 s_x^2 &= \frac{s_p^2}{\frac{1}{\frac{2}{n_1} + \frac{2}{m_1}} + \frac{1}{\frac{2}{n_2} + \frac{2}{m_2}}} \\
 s_d^2 &= \frac{s_p^2}{\frac{1}{\frac{4}{n_1} + \frac{4}{m_1}} + \frac{1}{\frac{4}{n_2} + \frac{4}{m_2}}} + s_c^2
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

6.2 不均一に測定を行った場合

不均一に測定を行った場合は、前節のように解析的にきれいな結果にはならないが、数値的には簡単に計算できる。例として、プローブの偶然誤差の標準偏差を $5 \mu\text{m}$ 、校正の測定点数を8点とし、参照円の値付けの誤差を標準偏差で $3 \mu\text{m}$ とした。この条件では、校正におけるボールプローブの中心位置の誤差は $2.5 \mu\text{m}$ 、補正ボール直径の誤差は参照円の値付けの誤差を含めないと $3.536 \mu\text{m}$ 、含めると $4.637 \mu\text{m}$ となる。

図7(a)のように1つのプローブでランダムな位置を5か所測定した場合は、測定結果の不確かさを示す行列 Q は式(16)のようになる。行列 Q は、行列 P の各要素の分散、共分散から標準偏差と相関係数を計算したものである。測定結果の標準偏差が $5 \mu\text{m}$ 程度と大きいこと、パラメータ間に大きな相関があることが分かる。

3つのプローブを使用して同様の条件で、図7(b)のように測定すると、行列 Q は式(17)のようになる。測定点の数が合計14点と多いため、パラメータの不確かさはプロービングの偶然誤差よりも小さくなり、相関も小さい。これは、平均効果である。式(17)の条件で、ボールプローブの校正の

Table 1 Uncertainty of center position and diameter of measured circle by contributors of calibration errors on Fig. 7 (b)

	unit: μm				
Center position error of probe c_x, c_y	x		x		
Diameter error of probe c_d (s_c not included)	x	x			
Certificate error of reference circle s_c	x	x	x	x	
X position error of measured circle s_x	1.928	2.441	1.933	2.444	2.444
Y position error of measured circle s_y	1.956	2.473	2.266	2.720	2.720
Diameter error of measured circle s_c	2.733	3.197	3.419	3.805	4.845

各誤差を入れた場合と入れない場合の各パラメータの不確かさを表 1 に示す。補正プローブ直径の誤差と参照円の値付けの誤差は別々に考えた。どの校正誤差を考慮するかで、測定結果の不確かさが異なっていることが分かる。

$$Q = \begin{pmatrix} 4.895 & 0.484 & -0.297 \\ 0.484 & 5.065 & -0.210 \\ -0.297 & -0.210 & 6.865 \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$Q = \begin{pmatrix} 2.444 & 0.082 & 0.111 \\ 0.082 & 2.720 & 0.018 \\ 0.111 & 0.018 & 4.845 \end{pmatrix} \quad (17)$$

一般的には、中心位置については、相対的な位置だけが問題となるので、ボールプローブの校正による中心位置の誤差を無視した場合の不確かさを使えばよい。絶対的な直径測定の不確かさに関しては、参照円の値付けの不確かさが直接加算されるため、参照円の値付けが非常に重要となる。直径測定の場合も、2 つの円の相対的な直径の差を測定するような場合には、参照円の値付けの誤差と補正プローブ直径の誤差の影響を無視することができる。

7. 結 論

本論文では、形体測定における測定の不確かさ推定において、従来は扱うことが難しかった未知の系統誤差の効果について検討した。未知の系統誤差のうち、校正作業によって生じるボールプローブの中心位置の誤差および補正プローブ直径の誤差が、測定結果にどのように影響するかについて、理論的に考察した。その結果以下のことが分かった。

- (1) 校正によって生じる、ボールプローブの中心位置の誤差および補正プローブ直径の誤差を考慮した誤差行列の計算方法を導出した。
- (2) この誤差行列とヤコビ行列を利用して、測定結果の不確かさを推定する手法を示した。
- (3) いくつかの場合について、上記の不確かさを計算し、その振る舞いを検討した。

今後は、他の未知の系統誤差であるスケールの低次の誤差、温度の時間変動、低次の形状偏差の影響などの取扱いの定式化を行い、複雑な測定における測定の不確かさの推定方法を確立することを目指す。

参 考 文 献

- 1) ISO 10360-1 : Geometrical Product Specifications (GPS) – acceptance and reverification test for coordinate measuring machine (CMM) – Part 1: Terms and definitions.
- 2) 高増 潔, 郭 必偉, 古谷涼秋, 大園成夫: 形体計測の基本概念, 精密工学会誌, **64**, 1 (1998) 94.
- 3) Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM). BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 1st edition, 1995.
- 4) 高増 潔ほか: 座標計測における幾何偏差を含んだ形体間演算, 精密工学会誌, **62**, 7 (1996) 964.
- 5) 高増 潔, 古谷涼秋, 大園成夫: 座標計測における形体パラメータの信頼性, 精密工学会誌, **63**, 11 (1997) 1594.
- 6) Traceability of Coordinate Measurements According to the Method of the Virtual Measuring Machine, Part 2 of the Final Project MAT1-CT94-0076, 1999.
- 7) S. D. Phillips, B. Borchardt, W. T. Estler and J. Buttress: The Estimation of Measurement Uncertainty of Small Circular Features Measured by Coordinate Measuring Machine, *Prec. Eng.*, **22**, 2 (1998) 87.
- 8) W. Choi, T. T. Kurfess and J. Cagan: Sampling Uncertainty in Coordinate Measurement Data Analysis, *Prec. Eng.*, **22**, 3 (1998) 153.
- 9) A. Wechenmann, M. Knauer and H. Kunzmann: Influence of Measurement Strategy on the Uncertainty of CMM-Measurements, *CIRP Ann.*, **47**, 1 (1998) 451.
- 10) M. Knauer and A. Wechenmann: A Software System to Estimate the Uncertainty Contribution of the Workpiece Shape in Coordinate Metrology, *Proc. IMEKO XV*, (1999) 15.