精密工学会誌，66（4），2000，pp. 578-582

空間座標の比較測定によるＣＭＭの校正(第２報)*

―パラメトリックエラー推定値の信頼性―

阿　部　　誠**　　高　増　　潔***　　大　園　成　夫***

Geometric Calibration of CMM by Utilizing Spatial Coordinate Comparison (2nd Report)

- Reliability of Estimated Parametric Error -

Makoto ABBE, Kiyoshi TAKAMASU and Shigeo OZONO

A series of papers presents a new calibration method particularly for up to a middle size CMM. The method is able to provide the 21 parametric errors only by performing the coordinate comparison. An automated calibration system for the production stage of CMMs is realized. Following to the first report describing the adopted linear parameter model and simulation result under the ideal situation, contribution of variance in the observation to the result is considered in this report. Application of the error propagation analysis through the linear model is proposed. Estimated parametric error components are evaluated by the propagated variance on the linear guide way model with six kinematic freedoms. The result in seven different stages in variance shows that six parametric errors are possible to be estimated simultaneously with in the propagated reliability range.

Key words: CMM, coordinate measuring machine, calibration, parametric error, propagation

1. 緒　　言

座標測定機（Coordinate Measuring Machine, 以下 CMM）に幾何精度の数値補正技術が採用されるようになってから, CMM のコスト対パフォーマンスの比は大幅に向上しており，この技術は今日の CMM のシステムを構成する要素として欠くことのできないものになっている．ところが校正前の CMM の幾何精度は，部品の加工や表面仕上げ，更には組立ての履歴に依存して変化しており，結果として 1 台 1 台が異なった特性を有している．よって，能率が高く，要求精度を満たした上で自動化が可能な校正の方法の実用化が望まれているが，従来の方法はこの要求にこたえているとは言いがたかった.

本研究は能率と品質が両立し, CMM の生産現場に展開が可能な幾何精度の校正方法を提案するものである．まず校正される CMM（以下被校正 CMM）の幾何偏差の情報を空間座標の比較測定法により収集する．これは基準機として扱われる CMM と被校正 CMM の 2 台を対向して設置し，後者の 3 次元的な指示誤差の情報を自動的に収集し得る方法であり，その詳細については次報で報告する．次に得られた指示誤差量と被校正 CMM の幾何偏差とを関連付ける大規模な線形モデルを構築し，これを連立させて解くことを検討する．校正結果としては運動学的に記述された21セットのパラメトリックエラーが一括して算出される．得られた校正結果は被校正 CMM の構造に依存して決まるガイドウェイの形状偏差として幾何偏差を表現できるだけでなく，数値補正にそのまま使用することが可能である.

第 1 報 [1] は空間座標の比較測定法で得られる被校正 CMM の指示誤差量とパラメトリックエラーとの関連付けを表現する線形モデルについて述べ，またその効果を 1 軸 6 自由度のシミュレーションに適用した結果を述べた．それによるとこの線形モデルは，入力にばらつき等の誤差を含まない理想的な場合，実用上十分な有効けたでパラメトリックエラーの同時推定の可能なことが明らかになった.

本報はこの線形モデルを CMM の校正に実用化することを目指し，誤差を含む入力値によるパラメータ推定の過程をシミュレーションし，推定されたパラメトリックエラーの信頼性を線形モデルの誤差伝播則を応用して検討した結果について報告する.

なお, 1 軸 6 自由度の系は 3 次元空間中の 6 自由度をすべて含んでいるので CMM の幾何偏差に寄与する基本的な機構の組み合わせであると考えて良い．そうすれば実在の CMM の場合はその構造が示すように，この 1 軸の系を 3 段に積み重ね，さらに互いの位置関係を決める情報を 3 つ追加したものと解釈できる．ここでのシミュレーションの結果は，実在の CMM に線形モデルと誤差伝播則による信頼性の解析を適用した場合の有効性を確認するための十分な判断材料を与えるものと考えている.

2. パラメトリックエラーの信頼性

幾何学的な測定値や計算結果を評価する時，客観的な基準に従った不確かさ [2) 3)] を定量化することの重要性は国際的に認知されている．しかし CMM のように構造が複雑な測定機では，不確かさに寄与する要素の数が多く，かつそれら相互の依存関係が単純ではないのですべての要素をモデル化することが容易ではない．そのため，例えば CMM の校正の指針について述べた EAL のガイドライン [4] によれば,

(1) 形状が類似な基準器との直接比較による方法

(2) 誤差要素の寄与を合成する方法

以上の 2 つが不確かさ算出の方法として挙げられており，状況に応じて使い分けることが述べられている．前者は簡便だがタスク志向的であり用途は限定的といえる．後者はモデル化した

* 原稿受付　平成 11 年 6 月 3 日
** 正 会 員　（株）ミツトヨ（川崎市高津区坂戸 1-20-1）
*** 正 会 員　東京大学工学系研究科（東京都文京区本郷 7-3-1）

誤差要素が想定する範囲内であればあらゆる測定動作とその対象について不確かさを求めることが可能であり，現在のところPTB（Physikalisch-Technisch Bundesanstalt,ドイツ）によるバーチャル CMM [5] はその数少ない実現例といえる．ところが従来の研究の中で校正結果としてのパラメトリックエラーの信頼性を評価したものはほとんど認められない．上記のバーチャル CMM においても，単純な前提のもとにパラメトリックエラーの信頼性を含む成分を定量化するにとどまっている．

これは 1 つには，CMM の校正技術に関する従来の研究が何らかの方法によって既に校正された履歴を持つシステムを対象としており，通常，事前に校正が行われていない CMM への適用を想定していないことに起因している．例えば校正のための測定値には種々の誤差要因によるばらつきが必ず含まれる．この測定値の誤差は，校正結果としてのパラメトリックエラーの信頼性に影響を及ぼすことになるが，既に校正された履歴を持つ CMM の幾何偏差はたかだか 10ppm に満たないので，その寄与を独立して評価する根拠に乏しい．

また 2 つには採用するパラメトリックエラーの算出法の特性が影響しているように思われる．この点を述べた文献 [6)~8)] は少ないが，1 つ 1 つのパラメトリックエラーをシーケンシャルに繰り返して計算する方法（以下，逐次法）が多数派を占めているものと推察される．この方法はモデルの構築と取扱いが容易な反面，測定値の誤差が算出されたパラメトリックエラーの信頼性に及ぼす影響を統計的に説明することは困難であると考えられる．

2.1 誤差伝播則の適用

逐次法に相対する方法としてはすべての未知数を同時に取り扱う方法（以下，一括法）を挙げることができる．CMM の校正に一括法を採用した従来の研究 [6) 7)] に着目すると，その重点は被校正 CMM の幾何偏差と校正用基準器の形状偏差の寄与が混在する測定値から双方を演算によって分離抽出する，自己校正法の実現に置かれているように見受けられる．

本研究でもパラメトリックエラーの推定のために大規模な線形モデルを構築し，それを最小二乗法で解いており，この点では従来の一括法による CMM の校正に関する研究を踏襲している．しかし，著者らが一括法を採用する理由のひとつは，誤差伝播則を用いて計算結果の信頼性を統計的に評価しやすい [9)] というこれまで注目されていなかった一括法の特性によっている．

さて，解くべき線形モデルが観測値 Y，デザイン行列 F，及び未知のパラメータ β により式(1)の観測方程式で与えられる時，

$$Y = F\beta \tag{1}$$

観測値の誤差行列 S_Y を知ることができれば，式(1)を最小二乗法で解いて得られるパラメータ β の推定値の分散 S_β は式(2)により求められる．ただし添え字 T は転置行列を，－1 は逆行列をそれぞれ表す．

$$S_\beta = \left(F^T S_Y^{-1} F\right)^{-1} \tag{2}$$

このようにしてパラメータ推定値とその分散が求められれば，そのパラメータ推定値がもたらす推定観測値 $\hat{Y}$ は式(1)により容易に求められる．その結果，任意の観測位置 $X = X_0$ における推定観測値の分散 $S_{\hat{Y}(X=X_0)}$ は式(3)に従って算出される．

$$S_{\hat{Y}(X=X_0)} = F S_\beta F^T \tag{3}$$

式(2)，式(3)で表される線形系の誤差伝播則を本研究のモデルに応用することにする．

2.2 推定された未知パラメータの分散

空間座標の比較測定値と被校正 CMM のパラメトリックエラーの関係を記述する線形方程式は，第 1 報 [1)] の式(13)を引用すると次の式(4)の通りである．

$$\delta X = X_{ref} - X'_n - \begin{pmatrix} R_n\left(I - U_{(P)}\right)F & U_{(X'_n)} & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \Theta \\ T_d \end{pmatrix} \tag{4}$$

ここで，

δX ：2 台の CMM の座標指示値の差，偏差ベクトル

X_{ref} ：基準 CMM の座標指示値

X'_n ：基準 CMM 座標系での被校正 CMM ノミナルモデル

R_n ：ノミナルモデルの回転変換行列

I ：単位行列

$U_{(P)}$ ：有効アーム長さの寄与を表す 3×3 行列

F ：デザイン行列

$U_{(X'_n)}$：微小回転変換の寄与を表す 3×3 行列

であり，これらは式(4)を解く段階では既知である．また，

β ：パラメトリックエラーを表すパラメータ

Θ ：未知の微小回転変換を表すパラメータ

T_d ：未知の微小並進変換を表すパラメータ

であり，これらは未知数である．式(4)の左辺，2 台の CMM の座標指示値の差異を最小化する未知のパラメータを推定する問題は，この式が未知なパラメータに対して線形な性質を利用すれば既存の最小二乗法で解くことが可能である．

まず，式(4)に誤差伝播則を適用するために，これを式(1)と相似な観測方程式に変形する．式(4)における観測値を Y_c，デザイン行列を F_c，そして未知のパラメータを β_c と改めて定義すると，観測方程式は式(5)の通りとなる．

$$Y_c = F_c \beta_c \tag{5}$$

ただし，それぞれの行列や列ベクトルは式(4)の表記により次の通り表されるものとする．

$$Y_c = X_{ref} - X'_n \tag{6}$$

$$F_c = \begin{pmatrix} R_n\left(I - U_{(P)}\right)F & U_{(X'_n)} & I \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$\beta_c = \begin{pmatrix} \beta^T & \Theta^T & T_d^T \end{pmatrix}^T \tag{8}$$

ここまでの経過で明らかなように，式(5)に対して式(2)，(3)で表される誤差伝播則を適用すれば，パラメータ推定値 β_c の分散，及び，任意の観測位置における推定観測値 $S_{\hat{Y}(X=X_0)}$ の分散を求めることは可能である．

ところが式(2)，(3)は，式(4)でモデル化した CMM の校正結果としてのパラメトリックエラー曲線の分散を表現することができない．よって観測値の誤差の振る舞いが，モデルを通して推定されたパラメトリックエラーに及ぼす影響を定式化する必要がある．

2.3 推定されたパラメトリックエラーの分散

パラメトリックエラーの並進成分の総和を e，また回転成分の総和を ε とすると，アッベ誤差に寄与する有効アーム長さ P を導入することによって，式(5)は式(9)の通りに表される．

$$\begin{aligned} Y_c &= F_c \beta_c \\ &= R_n\left(e + P \times \varepsilon\right) + \begin{pmatrix} U_{(X'_n)} & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta \\ T_d \end{pmatrix} \\ &= R_n\left(F_e \beta_e + P \times F_\varepsilon \beta_\varepsilon\right) + \begin{pmatrix} U_{(X'_n)} & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta \\ T_d \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{9}$$

ただし，デザイン行列とパラメータを式(10)の通り，並進成分，回転成分に分割している．

$$
\begin{aligned}
F_e &= \begin{pmatrix} F_{Txx} & F_{Tyx} & \cdots & F_{Tzz} \end{pmatrix} \\
\beta_e &= \begin{pmatrix} \beta_{Txx}^T & \beta_{Tyx}^T & \cdots & \beta_{Tzz}^T \end{pmatrix}^T \\
F_\varepsilon &= \begin{pmatrix} F_{Rxx} & F_{Ryx} & \cdots & F_{Rzz} & \cdots \end{pmatrix} \\
\beta_\varepsilon &= \begin{pmatrix} \beta_{Rxx}^T & \beta_{Ryx}^T & \cdots & \beta_{Rzz}^T & \cdots \end{pmatrix}^T
\end{aligned} \tag{10}
$$

このように考えれば，パラメータ推定値の分散 S_{β_c} は式(11)に示す通り，各々のパラメトリックエラーにかかわる分散・共分散を含む行列として理解することができる．

$$
S_{\beta_c} = (F_c^T S_{Yc}^{-1} F_c)^{-1}
$$

$$
= \begin{pmatrix}
S_{\beta TxxTxx} & S_{\beta TxxTyx} & \cdots & & & \cdots & & \\
S_{\beta TyxTxx} & S_{\beta TyxTyx} & & & & & & \\
\vdots & & \ddots & & & & & \vdots \\
& & & S_{\beta TzzTzz} & & & & \\
& & & & S_{\beta RxxRxx} & & & \\
& & & & & S_{\beta RyxRyx} & & \\
\vdots & & & & & & \ddots & \vdots \\
& & & & & & S_{\beta RzzRzz} & \\
& & \cdots & & & \cdots & & \ddots
\end{pmatrix} \tag{11}
$$

式(11)において例えば，$S_{\beta TxxTxx}$ は Txx:指示誤差に対応するパラメータ推定値の分散・共分散を表現する行列と説明される．さらに，求められたパラメータ推定値がもたらす，任意の観測位置 $X = X_0$ における推定観測値 $\hat{Y}_{c(X=X_0)}$ の分散 $S_{\hat{Y}c(X=X_0)}$ は式(12)の通りとなる．

$$
S_{\hat{Y}c(X=X_0)} = F_{c(X=X_0)} S_{\beta_c} F_{c(X=X_0)}^T \tag{12}
$$

ここで式(9)の右辺における，並進成分の総和 e と回転成分の総和 ε との線形性に着目すれば，推定された並進成分の分散 $S_{\hat{e}(X=X_0)}$ と推定された回転成分の分散 $S_{\hat{\varepsilon}(X=X_0)}$ は式(13)，(14)の通り表される．

$$
S_{\hat{e}(X=X_0)} = \begin{pmatrix} F_{e(X=X_0)} \end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
S_{\beta TxxTxx} & S_{\beta TxxTyx} & \cdots & \\
S_{\beta TyxTxx} & S_{\beta TyxTyx} & & \vdots \\
\vdots & & \ddots & \\
& \cdots & & S_{\beta TzzTzz}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} F_{e(X=X_0)} \end{pmatrix}^T \tag{13}
$$

$$
S_{\hat{\varepsilon}(X=X_0)} = \begin{pmatrix} F_{\varepsilon(X=X_0)} \end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
S_{\beta RxxRxx} & S_{\beta RxxRyx} & & \cdots & \\
S_{\beta RyxRxx} & S_{\beta RyxRyx} & & & \\
& & \ddots & & \vdots \\
\vdots & & & S_{\beta RzzRzz} & \\
& \cdots & & & \ddots
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} F_{\varepsilon(X=X_0)} \end{pmatrix}^T \tag{14}
$$

同様に，並進成分・回転成分の総和と，それらを構成するパラメトリックエラーとの線形性を利用すれば，任意の観測位置 $X = X_0$ におけるパラメトリックエラー推定値の分散を表現することができる．21 のパラメトリックエラーの中で，X 軸の指示精度 Txx の例を式(15)に，また X 軸のロール成分 Rxx の例を式(16)に示す．

$$
S_{\hat{T}xx(X=X_0)} = F_{Txx(X=X_0)} S_{\beta TxxTxx} F_{Txx(X=X_0)}^T \tag{15}
$$

$$
S_{\hat{R}xx(X=X_0)} = F_{Rxx(X=X_0)} S_{\beta RxxRxx} F_{Rxx(X=X_0)}^T \tag{16}
$$

以上に示したように観測値の分散が既知であれば，任意の観測位置におけるパラメトリックエラーの分散，すなわち信頼性の幅を誤差伝播則を応用して定量化することが可能である．従って，観測位置を順次変化させながらデザイン行列を与え，式(15)，(16)等を逐次計算することにより，校正結果として算出されたパラメトリックエラーの信頼性の範囲を求めることができる．

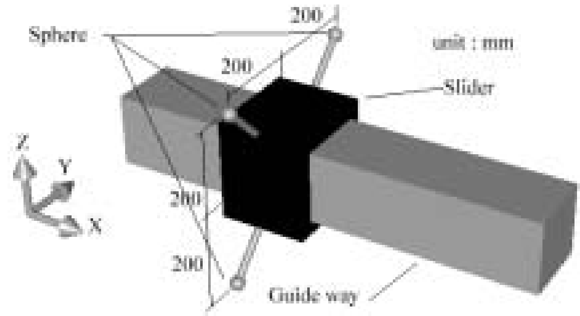

Fig.1 Schematic of linear guide way model

3. シミュレーション

CMM のパラメトリックエラーの推定にあえて大規模な最小二乗法を採用する理由のひとつは，このように計算結果の信頼性を誤差伝播則を用いて評価しやすいことにある．更にこの誤差伝播則による不確かさ算出の過程は ISO のガイドライン [2]に従った系のモデル化を可能にすると考えられるので, CMM の校正における不確かさを議論するときの有力な解析手段になるものと期待される．ここでは，図 1 にその概観を示す，第 1 報で採用した 1 軸 6 自由度モデルに対し，一定の確率密度分布関数と分散を示す入力データを生成してパラメータ推定を行う．その結果について，推定されたパラメトリックエラーに及ぶ分散の影響を 2 章に記した誤差伝播解析を適用して調べることにする．

3.1 シミュレーションの条件設定

図 1 の 1 軸案内機構は，移動方向を X 軸方向とし，スライダがその上を移動する構造を有するものとする．案内機構にはリニヤエンコーダ等の 1 次元位置検出器が取り付けられ，スライダの X 軸方向の位置の情報を読み出すことができる．スライダ上には，その幾何学的な挙動をとらえるための小球が 4 個，YZ 面で観察するとガイドの中心に対して 4 象限等配に (±200，±200) mm の位置に固定されている．また，スライダの有効ストロークは 1000mm とする．

ここで, 無視し得るほど小さい系統誤差しか発生しない CMM を基準機として使用できるものとし，1 軸案内機構をこの CMM の測定空間内に任意の位置・方向で設置することを想定する．次に, CMM のタッチシグナルプローブを使用して前記した測定用小球の中心座標を測定・算出するのと同時に 1 軸案内機構のリニヤエンコーダの指示値を読み出す．この作業を 4 個の小球の各々について 1 軸案内機構の全ストロークにわたって繰り返す．こうして得られる測定値を計算機上で生成し，引き続いてパラメータ推定を行うのと同時に推定されたパラメトリックエラーの信頼性を算出し，その結果について評価を行う．

3.2 参照誤差と分散を含む入力データの発生

入力データの発生のために，まず実在する真直案内機構の測定結果を参考にした図 2 のパラメトリックエラーを元にして 4 つの小球の位置における測定値に相当する幾何偏差量を算出する．次にこれに擬似乱数を重畳させて入力データとする．この

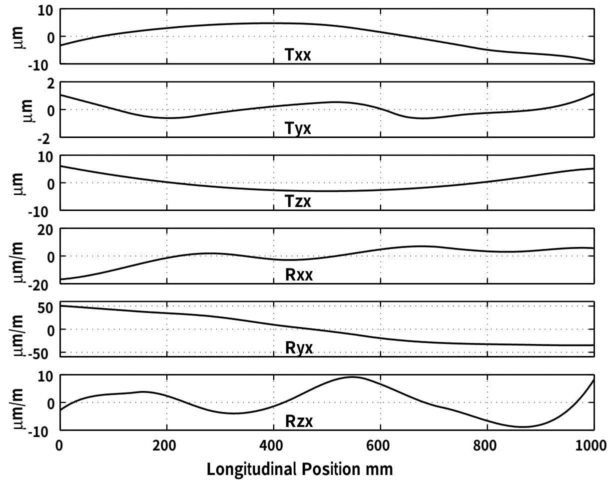

Fig.2 Reference parametric errors for simulation

擬似乱数は，期待値がゼロ，標準偏差が指定可能で，確率密度が近似的に正規分布を成すものを採用する．これにより 1 つのデータ内部の測定点の間，あるいは複数のデータの間において擬似乱数に起因する相関は生じない．実在の CMM の性能を勘案し，擬似乱数の標準偏差を，0.1，0.2，0.5，1.0，2.0，5.0，そして 10.0 μm の 7 水準に設定する．

以上の手順によってシミュレーション用入力データを 4 個の小球それぞにれついて生成する．各入力データは 1 軸案内機構の全ストロークを 5 往復する測定を模擬したものとする．

3.3 分散を含む入力データによるパラメータ推定

生成した 4 組の入力データを式(4)に代入し，パラメータ βを推定することによって 1 軸案内機構のパラメトリックエラーを算出する．まず標準偏差 0.1 μm の入力データの例を，P=(0, 200, 200) mm の小球について図 3 に示す．この図は横軸が X 軸方向の測定位置を，縦軸は該当する小球上で観測される幾何偏差を示す．上段から X，Y，そして Z 方向偏差を示すのでこれらは小球の位置において観察された指示精度と真直度に相当する．図中＋印は生成した測定値をあらわす．図では重なって見えるが，5 往復の測定動作を模しているので，各 X 位置において 10 点の測定値が得られている．図中の実線は式(4)を解くことによって算出されたパラメータ推定値が描く曲線をあらわす．ここでプロットされた入力データとパラメータ推定値との差を推定残差として図 4 に示す．目視で判断する限り図 4 の残差には系統的な傾向は認められない．このことより，分散を含む入力データに対して推定残差をほぼ最小化するパラメータを同時推定することが可能であると判断できる．

今日の CMM の平均的な性能にかんがみると，一部の大型 CMM 等を除いて小球の中心座標を繰返し測定する時のばらつきが 1 μm を超える例は少ない．この認識にたてば，標準偏差で 10 μm を示すような観測値は，最も厳しいシミュレーション条件を与えるものと考えられる．図 5 には標準偏差 10 μm の場合において 5 往復を模した入力データの例を，実線で描いたパラメータ推定値と共に P=(0, 200, 200) mm の小球について示す．また図 6 には同じ場合の推定残差の例を示す．このように，入力データに含まれるばらつきが大きな場合でも同様に，推定残差をほぼ最小化するパラメータの推定が可能である．

4 推定されたパラメトリックエラーの信頼性

ここでは 3 章でパラメータ推定を行った 1 軸 6 自由度モデル

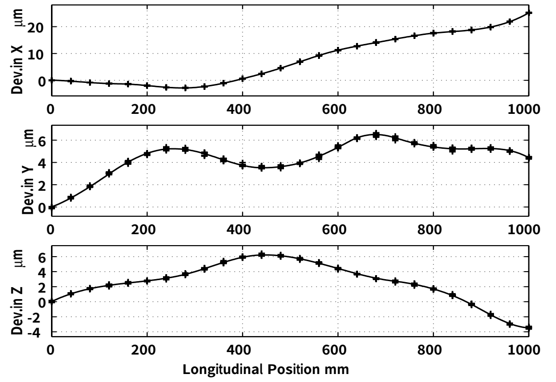

Fig.3 Derived displacement by reference parametric error with standard deviation of 0.1 μm, and predicted curve on sphere with effective arm length P = (0 , 200 , 200)

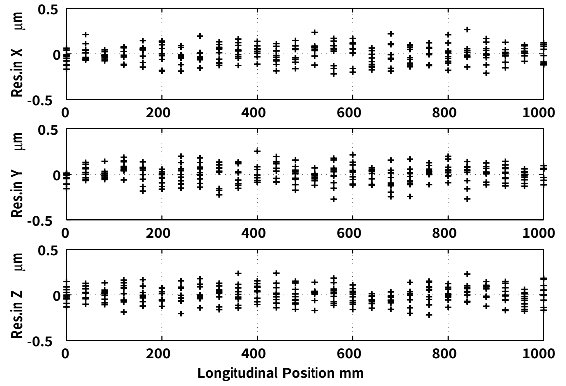

Fig.4 Estimation residual calculated from data on Fig.3

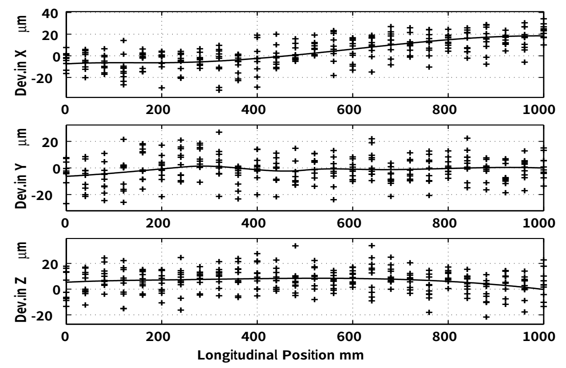

Fig.5 Derived displacement by reference parametric error with standard deviation of 10 μm, and predicted curve on sphere with effective arm length P = (0 , 200 , 200)

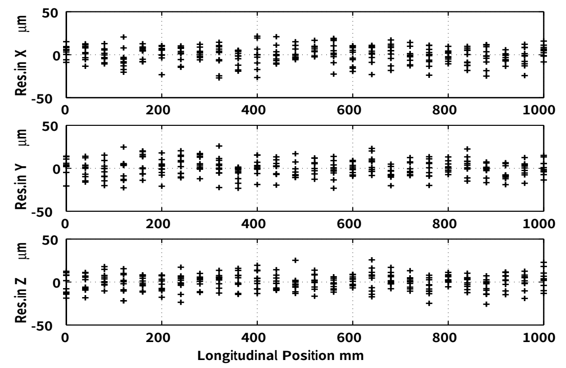

Fig.6 Estimation residual calculated from data on Fig.5

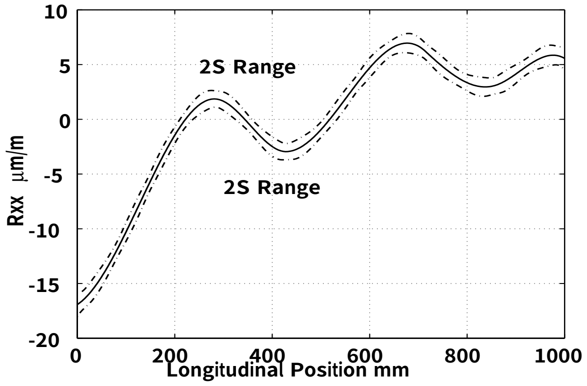

Fig. 7　Predicted parametric error component Rxx　and its reliability range, in case of standard deviation of 1um

を対象として，線形系の誤差伝播則に従ってパラメトリックエラーの信頼性を実際に算出する．まずシミュレーションに用いた入力データの分散・共分散の情報をいくつかの仮定の元で与える．次に 2 章で述べた数式に従って計算結果の分散を算出する．これにより校正の信頼性の定量化について，本研究が提案する手法の効果を確認する．

4.1　シミュレーション入力データの分散・共分散

パラメトリックエラー推定値の分散を式(15)等に従って評価するには，まず観測値の誤差行列を決定する必要がある．

実在の CMM の測定値に影響を及ぼす誤差の振る舞いは，採用される固有の測定法に依存して決まる．よって，ここでは球の中心座標を通して 2 台の CMM の間で空間座標の比較測定を行う場合の非系統的な要素について簡単な検討を行い，誤差行列を決定する．ただし系統誤差と非系統誤差の境界は定性的なものと考えられ，それらの差は必ずしも明りょうではない．

そこで比較的短い時間のなかで非系統的に観察される成分に注目することにする．このようにすると，対象とすべき要素は機械的，電気的な内因，外因により測定信号が乱れる現象に由来すると理解して良いように思われる．

ほかに，発生のプロセスはほぼ系統的であるが，通常は履歴を管理できないために非系統的に観察されるものがあり，例としてタッチシグナルプローブの着座と測定信号の出力に関する問題や，リニヤエンコーダの信号ひずみと電気的内挿との相互作用等の問題が挙げられる．

これらの非系統的な乱れに限っていえば，空間的にある距離だけ離れた 2 つの測定値の乱れの間に起こり得る因果関係は希薄なものとみなすことは合理的と判断できる．ここまでの仮定とそれに従った推論によって，測定値の間の相関は無視し得るものと考え，シミュレーションへの入力データの誤差行列を対角行列とみなして扱うことにする．

4.2　推定値と参照値との比較

ある変数の確率密度関数が正規分布をなす時，その標準偏差の 2 倍の幅を 2*S* 値として定義すると, 注目する変数は約 95%の確率で{期待値 ±2*S* 値}の範囲内に分布する. 同様に誤差を含む測定値によって式(4)を解いて推定されたパラメトリックエラー曲線に対し，式(15)等で算出された 2*S* 値の幅を許容すれば，約 95%の確かさで推定値と参照値は一致することが期待される．パラメトリックエラー推定値を 2*S* 値と共にプロットした例を *Rxx* について図 7 に示す．この図は測定値の標準偏差が 1 μm の場合について，推定値を実線で，また±2*S* 値幅を 2 本の一点

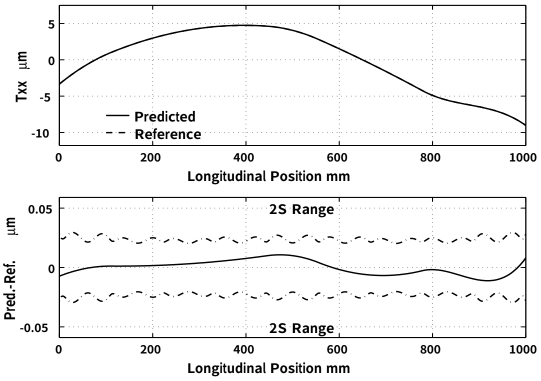

Fig. 8　Predicted parametric error component Txx　and its residual with reliability range, (std. dev. 0.1um)

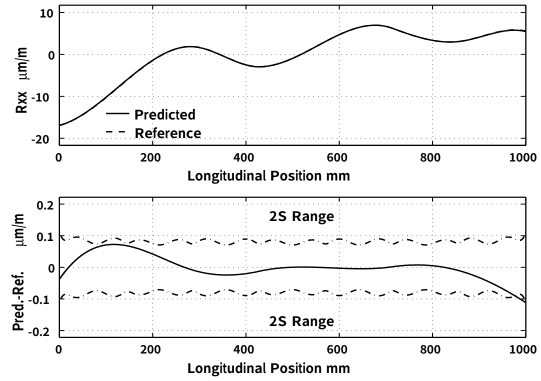

Fig. 9　Predicted parametric error component Rxx　and its residual with reliability range, (std. dev. 0.1um)

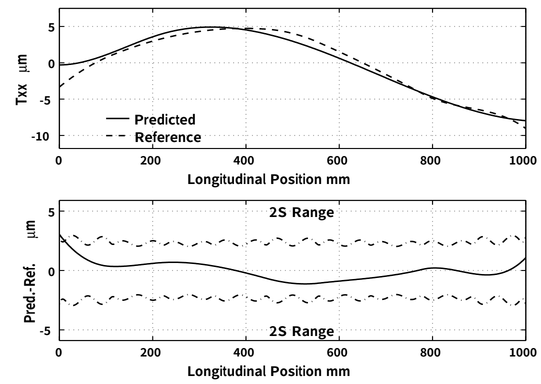

Fig. 10　Predicted parametric error component Txx and its residual with reliability range, (std. dev. 10um)

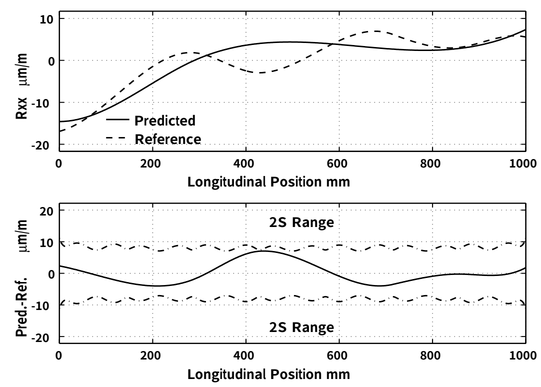

Fig. 11　Predicted parametric error component Rxx and its residual with reliability range, (std. dev. 10um)

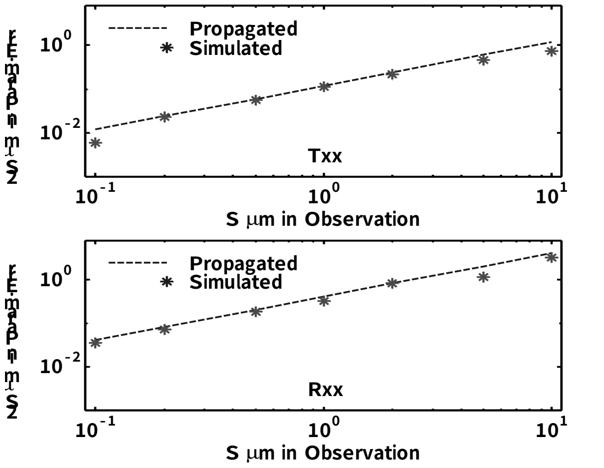

Fig. 12　Reliability of predicted and propagated parametric error

破線で描いている．図 1 の 1 軸 6 自由度のシミュレーションモデルの場合，測定値のばらつきが常に一定であっても各パラメトリックエラーの 2*S* 値は *X* 方向位置に依存して変動する．この図では明りょうではないが，±2*S* 値が成す帯の幅は一定ではなく，各々の *X* 方向位置において逐次算出した結果を示している．

前述した通り，シミュレーションの入力データの発生には 7 水準の異なるばらつきを設定している．その中で，最も小さい 0.1 μm の場合と最も大きい 10 μm の場合，合わせて 2 水準の計算結果を例として以下に示す．

標準偏差にして 0.1 μm のばらつきを含んだ入力データによる推定値を，図 2 の参照値と比較して，*Txx* について図 8 に，また *Rxx* について図 9 に示す．それぞれ上側のプロットは，実線で分散を含んだ入力データによる推定値を，また破線で図 2 の参照値をそれぞれ描いている．一方，下側のプロットはそれらの差を推定されたパラメトリックエラーの偏差とみなして 2*S* 値の幅と共に描いている．なお標準偏差が 0.1 μm の場合，実線の推定値と破線の参照値との差が比較的小さいため，上側の図中では 1 本の線にほぼ重なって観察される．

同様に，標準偏差が 10 μm の入力データによる結果を *Txx* について図 10 に，また *Rxx* について図 11 にそれぞれ示す．以上の結果より，入力データのばらつきが増大するに従って推定されたパラメトリックエラー曲線の輪郭は変化するものの，参照値と推定値の差，すなわち推定されたパラメトリックエラーの偏差は，95%信頼性の幅のなかにほぼ収束していることが読み取れる．

4.3 推定されたパラメトリックエラーの偏差

幾何学的な運動機構に対してパラメトリックエラーによる校正を行うと，校正結果として滑らかに変化するパラメトリックエラー曲線を得る．この校正結果は，前節のようにグラフ上で目視により定性的な差異を読み取ることが容易な反面，単純で定量的な表現によって校正結果をまとめる操作を行いにくいように思われる．そこで本節では，簡単な統計量を導入することにより 1 軸 6 自由度モデルのシミュレーション結果を定量的に図示することを試みる．本報は入力の標準偏差に 7 水準を設定してシミュレーションを行っている．その中で，ある水準のひとつのパラメトリックエラー曲線の信頼性を 1 つの標準偏差で表示することにする．

シミュレーションで使用した参照値と推定されたパラメトリックエラーとの差を推定されたパラメトリックエラーの偏差（以下，推定偏差とする）として，例えば図 11 の下側に実線でプロットしている．この推定偏差の度数分布を求め，さらにその標準偏差を算出して計算結果の信頼性の指標とする．

得られた結果の例を図 12 に示す．この図の横軸はシミュレーションの入力データに与えた 7 水準の標準偏差を示す．また縦軸はパラメトリックエラー曲線上での信頼性を，標準偏差の 2 倍の数値：2*S* 値により示す．図中の破線は式(15)等の誤差伝播則で予測された 2*S* 値の幅を示し，＊印はパラメータ推定シミュレーションを通して実際に推定されたパラメトリックエラー曲線から算出した推定偏差の信頼性を示す．上側の図は *Txx* について，また下側の図は *Rxx* についてまとめている．

ここには示していない他の 4 つのパラメトリックエラーについても全て同様の処理を行って評価した結果，入力データのばらつきが 0.1 μm から 10 μm の範囲では，いずれの場合も誤差伝播則で予測される信頼性の範囲内で, 1 軸 6 自由度のパラメトリックエラーの同時推定が可能であった．

5．結　　言

空間座標の直接比較測定による CMM の校正システムの構築を検討するにあたり，分散を含む入力データによるシミュレーションを提案した線形モデルに対して行った．シミュレーションを行った 1 軸 6 自由度の系は CMM の幾何偏差に寄与する 3 次元空間中の 6 自由度をすべて含むので，この線形モデルを実在の CMM に適用する際の有用な判断材料を与えるものと考えている．得られた結論を以下に記す．

(1) 線形方程式の誤差伝播則を応用して, パラメトリックエラー推定値の信頼性の幅を, 測定データの分散に対応して定量化する手法を空間座標の比較測定法について示した．

(2) 1 軸 6 自由度のシミュレーションモデルに 7 水準の測定値の分散を設定して, パラメトリックエラー曲線の信頼性を評価した．いずれの水準の場合も，誤差伝播則で予測される信頼性の範囲内でパラメトリックエラーの推定が可能であるとの結果を得ることができた．

(3) 以上によって, 実在の CMM の幾何偏差を表現する大規模なモデルを取り扱うことが可能と考えられる．

参 考 文 献

1) 阿部 誠ほか：空間座標の比較測定による CMM の校正(第 1 報)－, パラメトリックエラーモデルの構成とそのシミュレーション－精密工学会誌，投稿中．

2) Guide to the expression of uncertainty in measurement, ISO, (1992).

3) ISO GPS 14253-1 Decision Rules for Proving Conformance or Non-conformance with Specifications, (1998).

4) EAL-G17 Coordinate Measuring Machine Calibration, (1995).

5) Traceability of Coordinate Measurements According to the Method of the Virtual Measuring Machine, PTB, (1998).

6) G. Belforte et al.: Coordinate Measuring Machines and Machine Tools Selfcalibration and Error Correction, Ann. CIRP, 36/1 (1987) 359.

7) J. Kruth et al.: Self-calibration Method and Software Errorcorrection for Three-dimensional Coordinate Measuring Machines Using Artefact Measurements, Measurement, 14 (1994) 157.

8) H. Kunzmann et al.: A Uniform Concept for Calibration, Acceptance Test and Periodic Inspection of Co-ordinate Measuring Machines Using Reference Objects, Ann. CIRP, 39/1 (1990) 561.

9) 高増 潔ほか：座標計測における形態パラメータの信頼性，精密工学会誌, 63，11 (1997) 1594.