



# 座標測定機のアーティファクト校正 (第1報)\*

- 運動学パラメータの校正 -

高増 潔\*\* 古谷涼秋\*\*\* 下嶋 賢† 佐藤 理‡

Artifact Calibration of Coordinate Measuring Machine  
- Kinematic Calibration -

Kiyoshi TAKAMASU, Ryoshu FURUTANI, Ken SHIMOJIMA and Osamu SATO

Calibration methods for 3D mechanisms are necessary to use the mechanisms as coordinate measuring machines. The calibration method of coordinate measuring machine using artifacts, artifact calibration method, is proposed in taking account of traceability of the mechanism. There are kinematic parameters and form-deviation parameters in geometric parameters for describing the forward kinematic of the mechanism. In this article, the kinematic parameters which describe the forward kinematics when all elements of the mechanism have no form deviation, are taken up to be calibrated using artifact calibration method. Firstly, the calculation system which takes out the values of kinematic parameters using least squares method is formulated. Secondly, the estimation value of uncertainty of measuring machine is calculated using error propagation method. The artifact calibration method is applicable to various types of 3D mechanisms.

**Key words:** Geometric Calibration, Kinematic Calibration, Artifact, Ball Bar, Coordinate Measuring Machine, 3D Mechanism, Articulating Measuring Machine

## 1. 緒 言

三次元的に精密に動作する機構には種々のものがあり、機械産業においてそれぞれ重要な位置を占めている。三次元機構を高精度に制御するには、その繰り返し精度が高いことが要求され、さらに、絶対的な位置決めおよび座標測定機として使用するためには、その機構を表現するパラメータが校正されている必要がある。本研究では、三次元機構を座標測定機として使用するための校正について理論的に検討を行う。座標測定機では、機構の先端にプロービングシステムが設置され、その座標値が得られることが必要で、三次元機構の順運動学解を得るために必要なパラメータを校正作業により求めなければならない。

校正作業および校正の対象となるパラメータの分類には種々のものがある<sup>1)~4)</sup>が、本研究では、三次元機構を座標測定機に使用することを考えて、校正作業を表1のように分類する。幾何校正は、運動学校正と幾何偏差校正を含む。運動学校正とは、「その機構の要素が幾何学的に誤差のない形状と見なせ、案内が完全である場合に、その機構の運動学を記述するのに必要な寸法パラメータ(長さ、位置および角度)を求める」と定義できる。

幾何偏差校正は、直線案内の真直度、回転誤差、スケールの誤差などの要素や案内の幾何偏差を記述するパラメータを求めることである。非幾何校正は、幾何校正以外のパラメータが対象となり、要素の温度による変化、力によるたわみ、動的な変化などを記述するためのパラメータを求めることである。

ロボットの校正など従来の研究では、このような分類が統

一的に扱われていない、また、はっきりした定義もされていない<sup>5)~7)</sup>。ロボットの校正などの従来の研究を、座標測定機の校正として扱う場合の問題点として以下の3つをあげる。

- (1) トレーサビリティを考慮していない。
- (2) 測定誤差の影響を考慮していない。
- (3) 校正した機構の不確かさを評価していない。

不確かさの評価は、測定機においては不可欠であり、測定機の不確かさの評価がないと求めた測定値に対する不確かさを評価できない<sup>8)9)</sup>。本研究では、座標測定機を校正するという立場から、アーティファクトを用いた校正を定式化することで、上記の3つの問題を解決する。

従来の座標測定機の校正に関する研究では、直交系の座標測定機に関するもの<sup>10)~12)</sup>が中心で、他の三次元機構に関する研究<sup>13)14)</sup>はあまり行われていない。座標測定機を校正する場合には、大きな測定空間を校正できるような外部測定機を使えないことが多いためと、トレーサビリティを確保する必要があることから、アーティファクトによる校正が重要となる。しかし、その数学的な取り扱いの研究はほとんどない。ここで、アーティファクトとしては、ボールバー、ブロックゲージ、ステップバー、ボールプレートなどを考え、別の手法によりトレーサブルに校正されていることを前提とする。

以上の検討より、本報では三次元機構を座標測定機として扱う場合の統一的な校正方法として、アーティファクトを用いた校正方法を定式化し、運動学パラメータの校正について検討する。

Table 1 Classification of calibration parameters

classification		parameters
geometric calibration	kinematic calibration	size dimensions, positions, angular dimensions ...
	form-deviation calibration	scale, straightness, pitching, yawing, rolling ...
non-geometric calibration		deformation, clearance, dynamic effect ...

\* 原稿受付 平成 14 年 11 月 18 日  
 \*\* 正 会 員 東京大学大学院工学系研究科 (東京都文京区本郷 7-3-1)  
 \*\*\* 正 会 員 東京電機大学工学部 (東京都千代田区神田錦町 2-2)  
 † 学生会員 東京電機大学大学院工学研究科  
 ‡ 学生会員 東京大学大学院工学系研究科

2. アーティファクト校正の表現

座標測定機の順運動学モデルを測定機座標系で表わしたのが式(1)である。三次元機構を座標測定機として使う場合には、順運動学モデルが必要である。ただし、順運動学モデルは解析的である必要はなく、数値的でもよい。図1は、ボールバーで多関節座標測定機を校正する場合の概念図である。 $x, y, z$  は測定機座標系、 $X, Y, Z$  はアーティファクト座標系を示す。式(1)で  $f$  は測定機座標系における測定機の順運動学である。ここで、 $x$  は測定機の手先座標を示す三次元座標値のベクトル、 $p$  は測定機の運動学パラメータ、 $q$  はリニアエンコーダまたはロータリーエンコーダの読みである。

ここでは、手先座標だけに着目して述べるが、手先の姿勢を含めても同様の議論ができ、姿勢を拘束するアーティファクトなどにも適用可能である。アーティファクトを測定空間内に配置し、そのアーティファクトの特徴点もしくは特徴面を測定機で測定する。アーティファクト上で  $n$  個の測定点が求めたとする。ここで、 $x_i$  はアーティファクト上の  $i$  番目 ( $i$  は 1 から  $n$ ) の測定点であり、 $q_i$  はそのときのエンコーダの読みである。このままでは、 $x_i$  には意味がないので、全体をアーティファクト座標系に変換する必要がある。

$$x = f(p, q) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$x_i = f(p, q_i)$$

図2は、アーティファクト座標系に変換した場合を示している。式(2)で、 $R$  は測定機座標系をアーティファクト座標系へ変換するための、三次元的な平行移動と回転である。こうして得られた  $X_i$  のうち、アーティファクトとして値付けられている座標値と値付けられていない座標値がある。例えば、ブロックゲージを測定した場合は、アーティファクト座標系において値付けられているのは1つの座標であり、他の座標は値付けられていない。 $W_i$  は値付けられている座標値のベクトル、 $U_i$  は値付けられていない座標値のベクトルである。 $R$  はアーティファクト座標系への変換を表現する三次元的な平行移動と回転のパラメータ  $r$  により表現される。そこで、 $R(f)$  のうち、 $W_i$  に関係する部分だけを抜き出し、新たに  $F$  として、パラメータに  $r$  を追加する。

$$X_i = R(x_i) = R(f(p, q_i))$$

$$X_i = \begin{pmatrix} W_i \\ U_i \end{pmatrix} = R(f(p, q_i)) \quad (2)$$

$$W_i = F(p, q_i, r) = F_i$$

$f$  が数値的もしくは解析的に求まっていれば、 $R$  は座標系の平行移動と回転なので、 $F$  も数値的もしくは解析的に求まる。ここで、 $W_i$  とアーティファクトに値付けられた校正値  $W_i^*$  との差の二乗和が最小になるように、最小2乗法を構成することができる。

実際には式の数とパラメータの数の関係から、1つのアーティファクトを複数の位置姿勢に配置して測定するか、複数のアーティファクトを使用する必要がある。必要な数以上の式が求めれば、 $p$  および  $r$  を求めることができる。

3. 最小二乗解

以下の議論では、アーティファクトを  $m$  個の位置姿勢に配置して測定することを仮定するが、アーティファクトがすべて同じものでも、いくつかの違うものでも計算上の取り扱いは同じである。式(2)を複数のアーティファクト ( $j$  個のアーティファクト) に拡張した式(3)を用いる。ここで  $F_{ij}$  は、 $j$  番目のアーティファクトにおける  $i$  番目の特徴点に対する測定を表す。最小二乗解を求めるには、ヤコビ行列、誤差行列、測定値ベクトルを求め、非線形最小二乗法の繰り返し演算を行う。

$$W_{ij} = F(p, q_{ij}, r_j) = F_{ij} \quad (3)$$

3.1 ヤコビ行列の計算

$j$  番目 ( $j$  は 1 から  $m$ ) のアーティファクトに対応するヤコビ行列  $A_j$  は、 $F_{ij}$  を運動学パラメータ  $p$  とアーティファクト座標系への変換パラメータ  $r_j$  で偏微分することで求められる。それぞれのアーティファクトに対して求めて、合成すると式(4)のように全体のヤコビ行列  $A$  を表現できる。

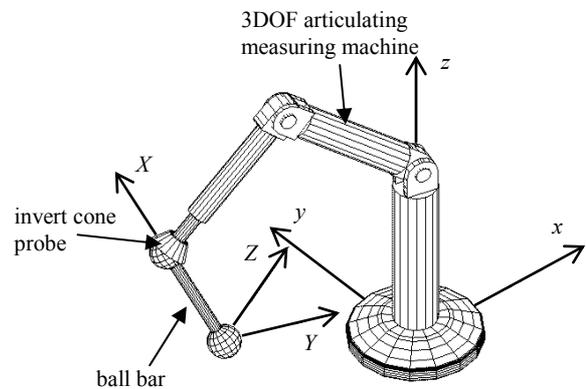


Fig. 1 Artifact calibration of 3DOF articulating measuring machine using ball bar

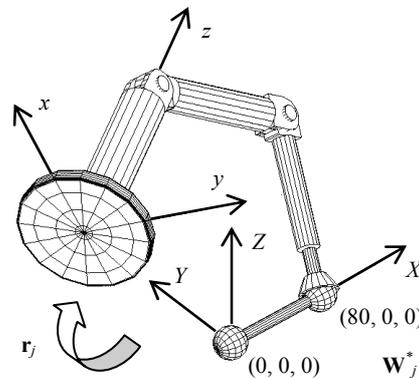


Fig. 2 Conversion from measuring machine coordinate system to artifact coordinate system



が得られ, そのうち有効な座標が  $k$  個だとすると, 式 (12) のように表現できる.

$$N(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^m N(\mathbf{r}_j) = mN(\mathbf{r}_j) \quad (12)$$

$$N(\mathbf{b}) = \sum_{j=1}^m N(\mathbf{b}_j) = mN(\mathbf{b}_j) = mnok$$

この条件では, 最小二乗法が成立する条件は式 (13) となる.

$$m \geq \frac{N(\mathbf{p})}{N(\mathbf{b}_j) - N(\mathbf{r}_j)} = \frac{N(\mathbf{p})}{nok - N(\mathbf{r}_j)} \quad (13)$$

例えば, 3 自由度多関節座標測定機で, ボールバーを測定する場合,  $N(\mathbf{p}) = 9, N(\mathbf{r}_j) = 5, n = 2, o = 1, k = 3$  となるので,  $m$  は 9 以上となる. また, 6 自由度多関節座標測定機で, ボールバーを 1 つのボールについて, 3 姿勢で測定する場合,  $N(\mathbf{p}) = 21, N(\mathbf{r}_j) = 5, n = 2, o = 3, k = 3$  となるので,  $m$  は 2 以上となる.

### 5. 計算例

#### 5.1 2次元2自由度多関節機構の順運動学

3 章の解析結果に基づくシミュレーションの例を示す. 理解が容易なように, 座標測定機として 2次元2自由度多関節機構を例に使用した. この機構は, 順運動学を記述するためのパラメータ  $\mathbf{p}$  として, 第1の腕の長さ  $l_1$ , 第2の腕の長さ  $l_2$ , 2番目の腕に対するロータリーエンコーダの0点のオフセット  $dt_2$  の3つのパラメータが必要となる. 第1の腕に対するロータリーエンコーダの0点のオフセットは, 測定機座標系全体の座標系に含まれるので運動学パラメータとして不要である. エンコーダの読み  $\mathbf{q}$  として第1の腕と第2の腕の2つのロータリーエンコーダの読み  $t_1$  と  $t_2$  が得られる (式 (14)). 図 3 は, 2次元2自由度多関節機構の順運動学を示している (式 (15)).

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{p}, \mathbf{q}), \quad \mathbf{p} = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ dt_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 \cos t_1 + l_2 \cos(t_1 + t_2 + dt_2) \\ l_1 \sin t_1 + l_2 \sin(t_1 + t_2 + dt_2) \end{pmatrix} \quad (15)$$

#### 5.2 ボールバーによる校正

図 4 (a) のように, ボールバーを逆円すいプローブで測定した場合は, 1 つのボールバーに対して, 2 つの測定値が得られる. それぞれの測定値は  $x$  座標と  $y$  座標を持つので, 4 つの式が得られる. 図 4 (b) のように, ボールバーの座標系への変換のために, 1 つめのボールの中心を原点, 2 つめのボールの中心を  $X$  軸上に置くことにすると, 平行移動と回転で 3 つの変換パラメータが必要になる. つまり 4 章の議論に対応すると,  $N(\mathbf{p}) = 3, N(\mathbf{r}) = 3m, N(\mathbf{b}) = 4m$  となり 3 つ以上のアーティファクトを測定することで校正が行えることになる.

ボールバーの座標系に変換すると式 (16) のようになる. この式で, 2 つのボール間の校正値が 80 mm のボールバーを使うと, 1 つ目のボール中心の座標が  $(0, 0)$ , 2 つ目のボール中心の座標が  $(80, 0)$  が校正値となる (式 (17)).

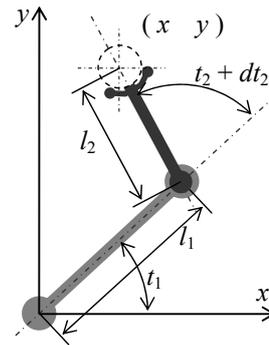


Fig. 3 2DOF articulating measuring machine: kinematic parameters  $\mathbf{p} = (l_1, l_2, dt_2)^t$ , encoder outputs  $\mathbf{q} = (t_1, t_2)^t$

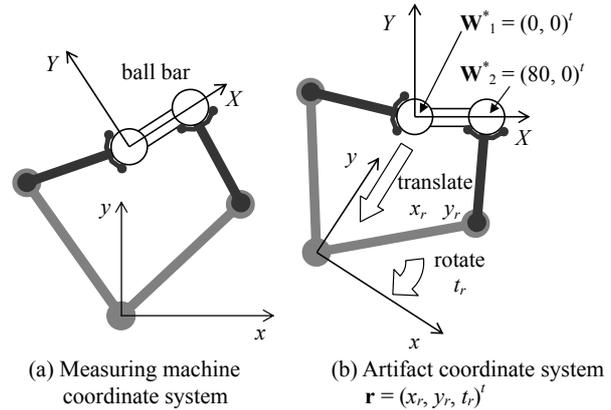
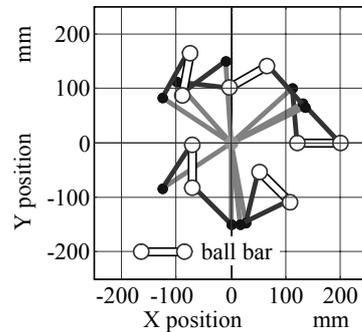
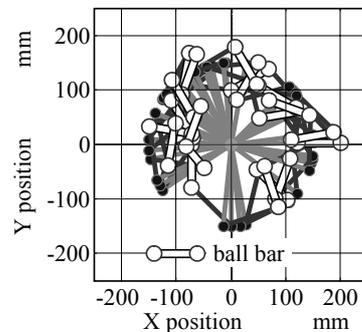


Fig. 4 Coordinate system by measuring machine and translation to artifact coordinate system  $\mathbf{r} = (x_r, y_r, t_r)^t$



(a) 5 ball bars



(b) 20 ball bars

Fig. 5 Positions of ball bars for calibration of 2DOF articulating measuring machine by 5 and 20 ball bars in measuring machine coordinate system

$$\mathbf{X} = \mathbf{W} = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \mathbf{R}(\mathbf{f}(\mathbf{p}, \mathbf{q})) = \mathbf{F}(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{r})$$

$$= \begin{pmatrix} l_1 \cos(t_1 + t_r) + l_2 \cos(t_1 + t_2 + dt_2 + t_r) + x_r \\ l_1 \sin(t_1 + t_r) + l_2 \sin(t_1 + t_2 + dt_2 + t_r) + y_r \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{r} = (x_r, y_r, t_r)^t$$

$$\mathbf{W}_1^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{W}_2^* = \begin{pmatrix} 80 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

5.3 ボールバーによる校正例

図5(a)と(b)のように5つのボールバーと20のボールバーを配置し、それぞれのボール中心を測定して校正を行った。多関節機構の設計パラメータは、 $l_1 = 150 \text{ mm}$ ,  $l_2 = 100 \text{ mm}$ ,  $dt_2 = 0$  度とした。誤差の標準偏差に関しては、アーティファクトの測定誤差  $s_p = 0.005 \text{ mm}$ , エンコーダの読みの誤差  $s_q = 0.001$  度とし、ボールバーの値付けの誤差  $s_c$  は考えなかった。この場合、各パラメータの校正後の不確かさは式(9)で計算できる。この例では、運動学パラメータの不確かさ(標準偏差)は表2のように計算された。

手先座標での不確かさはこの機構の場合には、測定機座標における中心からの距離の関数となり、式(10)で計算でき、図6のように表せる。ここで、破線がエンコーダの読みによる誤差  $S_q$  を、薄い実線が運動学パラメータによる誤差  $S_m$  を示している。濃い実線は2つの和(二乗和の平方根)である。このように校正の条件に対応する、校正後の測定機の不確かさを評価することができる。

6. 結 論

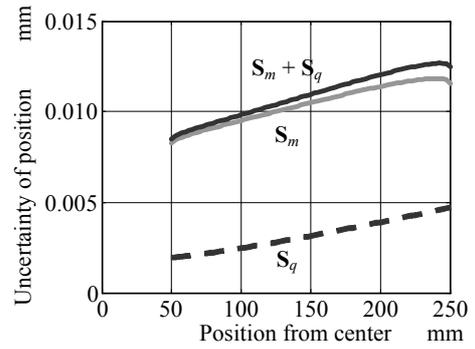
本論文では、三次元機構を座標測定機として用いる場合、アーティファクトによる校正における理論的な定式化を行った。さらに、校正結果に対する不確かさの評価手法を導出した。その結果以下のことが分かった。

- (1) 順運動学における運動学パラメータおよびアーティファクト座標系への変換パラメータを、最小二乗法によって計算する方法を定式化した。
- (2) 校正された機構の手先座標の不確かさを計算する方法を定式化した。
- (3) この計算手法により、座標測定機のアーティファクト校正における運動学パラメータの校正の理論的な手法を確立できた。

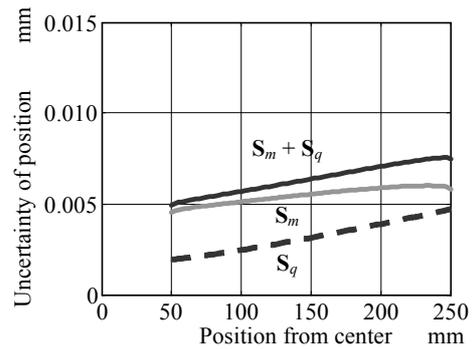
今後は、運動学パラメータ以外の幾何パラメータの校正や順運動学が解析的に解けないパラレルメカニズムへの応用を行い、アーティファクト校正を確立することを目指す。

参 考 文 献

- 1) 遠山茂樹: 同次変換によるロボット・マニピュレータの誤差解析, 日本ロボット学会誌, 5, 4 (1987) 306.
- 2) 石井 優: 最近のロボットキャリブレーション技術, 日本ロボット学会誌, 15, 2 (1997) 164.
- 3) S. Hayati, K. Tso and G. Roston: Robot geometry calibration, Proc. of IEEE Robotics and Automation Conference, (1988) 947.
- 4) J. Ziegert and P. Datsis: Basic consideration for robot calibration, Proc. of IEEE Robotics and Automation Conference, (1988) 932.
- 5) 杉本浩一: モータ代数のロボット機構学への応用 Part 1 モータの物理的意味, 日本ロボット学会誌, 5, 4 (1987) 323.



(a) 5 ball bars



(b) 20 ball bars

Fig. 6 Uncertainty of position by position from center of measuring machine calibrated using 5 and 20 ball bars

Table 2 Uncertainties of each parameter by Fig. 5 and Fig. 6

no. of ball bars	parameters	uncertainties (standard deviation)
5 (Fig. 6 (a))	length of 1st arm ( $l_1$ )	7.5 $\mu\text{m}$
	length of 2nd arm ( $l_2$ )	4.9 $\mu\text{m}$
	offset of 2nd encoder ( $dt_2$ )	0.0026 deg
20 (Fig. 6 (b))	length of 1st arm ( $l_1$ )	4.3 $\mu\text{m}$
	length of 2nd arm ( $l_2$ )	2.4 $\mu\text{m}$
	offset of 2nd encoder ( $dt_2$ )	0.0010 deg

- 6) A. Nkahi and J. M. Hollerbach: The noise amplification index for optimal pose selection in robot calibration, Proc. of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation, (1996) 647.
- 7) J. Jang, S. Kim and Y. Kwak: Calibration of geometric and non-geometric errors of an industrial robot, Robotica, 19 (2001) 311.
- 8) Guide to the expression of uncertainty in measurement, ISO, (1992).
- 9) 高増潔, 古谷涼秋, 大園成夫: 座標計測における形体パラメータの信頼性, 精密工学会誌, 63, 11 (1997) 1594.
- 10) 阿部誠, 高増潔, 大園成夫: 空間座標の比較測定による CMM の校正 (第 2 報) - パラメトリックエラー推定値の信頼性 -, 精密工学会誌, 66, 4 (2000) 578.
- 11) G. Belforte et al.: Coordinate Measuring Machines and Machine Tools Selfcalibration and Error Correction, Ann. CIRP, 36/1 (1987) 359.
- 12) H. Kunzmann et al.: A Uniform Concept for Calibration, Acceptance Test and Periodic Inspection of Co-ordinate Measuring Machines Using Reference Objects, Ann. CIRP, 39/1 (1990) 561.
- 13) O. Sato, M. Hiraki, K. Takamasu and S. Ozono: Calibration of 2-DOF Parallel Mechanism, Initiatives of precision engineering at the beginning of a millennium, Kluwer Academic Publishers (2001) 734.
- 14) 小美濃武久, 赤石庄平, 石田 一, 鴨下隆志: 多関節型三次元測定機の精度向上, 精密工学会誌, 52, 8 (1986) 1300.